НАЦІОНАЛЬНА АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
Інститут прикладних проблем механіки і математики
ім. Я. С. Підстригача

IEEE MTT/ED/AP West Ukraine Chapter

DIPED - 97

ПРЯМІ ТА ОБЕРНЕНІ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ЕЛЕКТРОМАГНІТНИХ ТА АКУСТИЧНИХ ХВИЛЬ

(Львів, 15-17 вересня 1997 р.)

DIRECT AND INVERSE PROBLEMS OF ELECTROMAGNETIC AND ACOUSTIC WAVE THEORY

(Lviv, September 15-17, 1997)

1997

НОВЫЕ ОПЕРАЦИИ УМНОЖЕНИЯ МАТРИЦ В РАДИОЛОКАЦИОННЫХ ПРИЛОЖЕНИЯХ

Слюсар В. И.

Киевский институт Сухопутных войск
Научный центр проблем защиты от ВТО, Киев , ул. Андрющенко, 4,
тел. 274-55-22

Рассмотрено семейство торцевых произведений матриц, их свойства и варианты использования в радиолокационных приложениях.

В теории матриц произведение Адамара и кронекеровское перемножение являются двумя крайними вариантами композиций матричных данных, отражающими предельно общие ступени их фрагментации. В то же время промежуточные уровни декомпозиции матриц в операциях умножения развиты недостаточно.

В докладе продолжено изучение введенных в [1, 2] разновидностей торцевого произведения матриц применительно к теории цифровой обработки сигналов.

Как отмечалось в [1], торцевым произведением $p \times g$- матрицы $A = \left[a_{ij}\right]$ и $p \times s$- матрицы B, представленной как блок-матрица строк B_i ($B = \left[B_i\right]$, $i = 1,\ldots,p$) , называется $p \times gs$- матрица $A \square B = \left[a_{ij} \cdot B_i\right]$.

Использование торцевого произведения призвано сократить количество операций в часто встречающихся вычислениях результата перемножения диагональной матрицы $A = \mathrm{diag}\left[a_1 \; a_2 \ldots a_p\right]$ и $p \times g$- матрицы B. При этом

$$\mathrm{diag}\left[a_1 \; a_2 \ldots a_p\right] \cdot B = \left[a_1 \; a_2 \ldots a_p\right]^T \square B.$$

Обычное произведение в данном случае требует $p^2 \times g$ умножений и pg(p-1) сложений, тогда как для торцевого произведения достаточно выполнить только pg умножений. Введенная операция над матрицами удобна для аналитического описания откликов антенных решеток с факторизуемыми диаграммами направленности [1]. В дополнение к рассмотренным в [1] свойствам торцевого произведения следует указать его коммутативность в отношении перемножения вектора и матрицы: $a \square B = B \square a$. Если a и b суть p- и g - векторы соответственно, то $a^T \square b^T = a^T \otimes b^T$. Для p- векторов a и b справедливо равенство $a \square b = a \circ b$ ("$\circ$"- символ произведения Адамара).

Если A и B - $m \times n$- матрицы, а C и D имеют размерность $m \times p$, то

$$(A \circ B) \square (C \circ D) = (A \square C) \circ (B \square D).$$

Опираясь на тождество $(A \square B)^T = A^T \Diamond B^T$, где $\Diamond$ - знак транспонированного торцевого произведения [1], состоящего в умножении элементов левой матрицы на соответствующие столбцы правой, несложно доказать тождество

$$(A \square B)(C \Diamond D) = (AC) \circ (BD). \qquad (1)$$

Свойство (1) может быть полезным для формирования псевдообратных матриц, включающих операцию типа $\left(A \cdot A^*\right)^{-1}$. Так, если $A = P \square F$, то $\left(A \cdot A^*\right)^{-1} = \left[\left(PP^*\right) \circ \left(FF^*\right)\right]^{-1}$.

Блочные модификации торцевых произведений, впервые рассмотренные в [2], ориентированы на описание откликов многопозиционных РЛС с факторизуемыми цифровыми антенными решетками (ЦАР), состоящими , в общем случае, из нескольких секций. В ситуации, когда диаграммы направленности приемных каналов ЦАР не поддаются факторизации, в многокоординатных измерениях целесообразно задействовать блочное прямое произведение . Данная модификация кронекеровского произведения по сути обобщает семейство торцевых и определена как результат умножения блочных матриц A и B с одинаковым количеством блоков ($A = \left[A_1\, A_2 \ldots A_r\right]$, $B = \left[B_1\, B_2 \ldots B_r\right]$) вида

$$A\,[\otimes]\,B = \left[A_1 \otimes B_1 \quad A_2 \otimes B_2 \quad \ldots \; A_r \otimes B_r\right] \tag{2}$$

Используя умножение (2), можно записать модель отклика четырехкоординатной ЦАР на M сигналов, совпадающую по виду с однокоординатным случаем

$$U = P\,A + n\,,$$

где U и n - блок- матрицы комплексных напряжений и шумов приемных каналов,

$A = \left[a_1\; a_2 \ldots a_m\right]$ - вектор комплексных амплитуд M сигналов,

$$P = Q\,[\otimes]\,F\,[\otimes]\,S\,,$$

$$Q = \left[Q_1 \quad Q_2 \ldots\, Q_M\right],\; F = \left[F_1 \quad F_2 \ldots\, F_M\right],\; S = \left[S_1 \quad S_2 \ldots\, S_M\right],$$

$F_m = \left[F_1(\omega_m) \quad F_2(\omega_m) \ldots\; F_T(\omega_m)\right]^T$ - блок-вектор амплитудно-частотных характеристик T цифровых фильтров на частоте m - го сигнала, $S_m = \left[S_1(z_m) \quad S_2(z_m) \ldots\; S_V(z_m)\right]^T$ - блок-вектор огибающей m- го сигнала, начинающегося в z_m-м отсчете, в V стробах дальности, $Q_m = \mathrm{vec}\, Q\,(x_m, y_m)$, $Q\,(x_m, y_m)$ -матрица двумерных характеристик направленности антенных элементов плоской решетки в направлении m - го источника с координатами x_m, y_m, "vec"- оператор, представляющий m×n- матрицу через mn- вектор-столбец.

ЛИТЕРАТУРА

1. V. I. Slyusar. Analytical model of the digital antenna array on a basis of face -splitting matrixs product, in proc. ICATT - 97, Kyiv , pp. 108 - 109, May 1997.
2. Слюсар В. И. Торцевое произведение матриц в радиолокационных приложениях // Радиоэлектроника (Изв. высш. учеб. заведений), в печати.

NEW OPERATIONS OF MATRIXES PRODUCT FOR APPLICATIONS OF RADARS

V. I. Slyusar

Scientific Centre of problems of protection from the precision weapon at Kiev Institute of Forces Ground, Kiev, Andruschenko street, 4.

The new conception of the face - splitting and transposed face-splitting matrix product is determined, its main characteristics and modifications of the new types of products for module matrix are considered.