

УДК 621.396.969.14

В.И. Слюсар, А.А. Головин

УГЛОВАЯ ПЕЛЕНГАЦИЯ В ЦИФРОВЫХ АНТЕННЫХ РЕШЕТКАХ ПО МЕЖКАНАЛЬНОМУ ВРЕМЕННОМУ СДВИГУ ИМПУЛЬСНЫХ СИГНАЛОВ

Предложен метод измерения угла падения электромагнитной волны на линейную цифровую антенную решетку (ЦАР) путем оценивания межканального временного сдвига импульсных сигналов. Произведена оценка потенциальной точности синтезированного метода для случая расположения источника излучения в дальней зоне.

Обеспечение эффективного обнаружения и сопровождения целей может быть реализовано только при наличии точной информации о значениях их угловых координат. Поэтому совершенствование методов измерения азимута и угла места источников излучения является важнейшей задачей современной радиолокации.

При использовании импульсных сигналов одним из условий высокоточной угловой пеленгации источников излучения является малое апертурное время распространения сигналов, позволяющее принять допущение об одинаковых значениях огибающих импульсов в приемных каналах решетки во всех моментах существования сигналов [1].

В действительности такое ограничение выполняется с большой долей условности, что приводит к ошибкам измерения угловых координат, особенно заметным при существенных отклонениях направлений на источник от нормали.

Анализ публикаций последнего времени, поднимающих вопрос высокоточной угловой пеленгации источников радиоизлучения, показывает, что при синтезе алгоритмов измерения азимута и угла места радиолокационных целей межканальный временной сдвиг сигналов, как правило, не учитывается. В связи с этим целью статьи является повышение точности измерения угловых координат источников импульсного излучения путем оценивания величины временного смещения импульсов в пределах апертюры ЦАР в интересах совершенствования радиолокационного вооружения и средств радиотехнической разведки.

Для решения этой проблемы предлагается алгоритм измерения угла падения волны на линейную ЦАР от источника в дальней зоне путем оценки межканального временного сдвига импульсных сигналов. Рассмотрим эквидистантную решетку, например, с нечетным числом элементов, фазовый центр которой совпадает с ее центральным элементом. Фронт падающей волны будем считать плоским, поскольку источник излучения находится в дальней зоне ЦАР.

Схематически момент прихода волны на антенную решетку показан на рис.1.

Здесь θ – угол между нормалью к ЦАР и направлением на источник излучения; R – число элементов решетки, расстояние между которыми d ; A_r – разность хода волны, рассчитанная для r -го канала относительно фазового центра антенны.

Из геометрических соотношений, представленных на рис. 1, угол θ определяется формулой

$$\theta = n \cdot \arcsin\left(\frac{z \cdot c \cdot \Delta t}{d}\right), \quad (1)$$

где $n = 1$ при $t_0 > t_{R-1}$, $n = -1$ при $t_0 < t_{R-1}$, $n = 0$ при $t_0 = t_{R-1}$;

c – скорость света;

t' – начальный момент времени прихода волны на антенную решетку;

t_0 – момент времени, когда фронт волны достигает 0-го элемента ЦАР;

t_{R-1} – момент времени, когда фронт волны достигает $R-1$ -го элемента антенны;

$z = \frac{|t_r - t_{r+1}|}{\Delta t}$ – разность хода волны между r и $r+1$ элементами в долях периода дискретизации АЦП Δt ;

дискретизации АЦП Δt ;

t_r – момент времени, когда фронт волны достигает r -го элемента решетки.

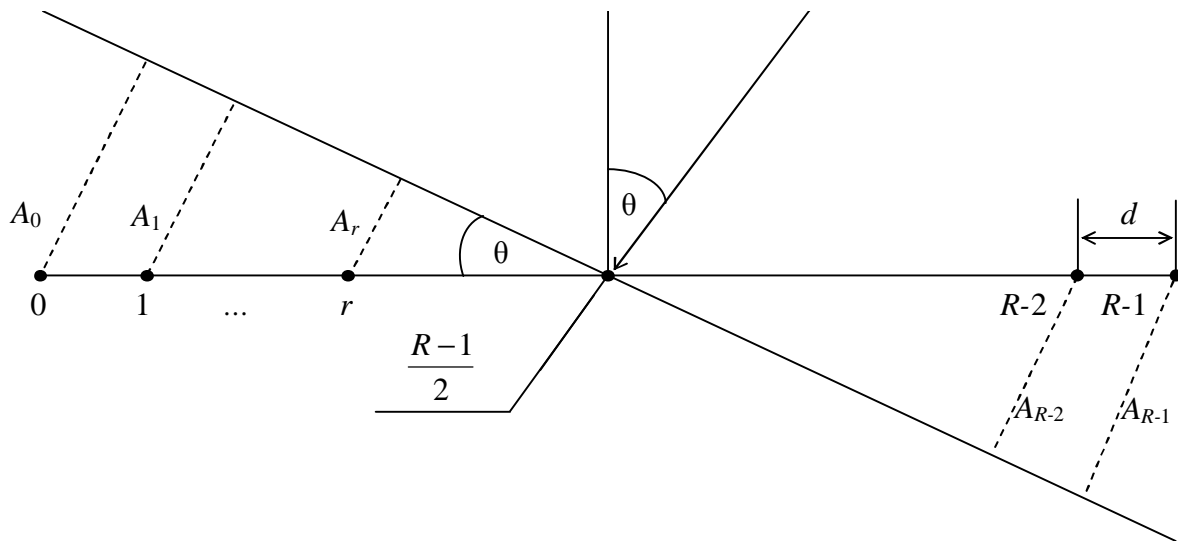


Рис.1. Пространственное положение волны относительно ЦАР

К результату (1) можно также прийти путем минимизации по методу наименьших квадратов функционала вида:

$$Fr = \sum_{r=0}^{R-1} \left[\sin(\theta) - \frac{A_r}{\left(r - \frac{R-1}{2}\right)} \right]^2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Выражения (1), (2) будут справедливыми и для ЦАР с четным числом элементов. В любом случае задача поиска угла θ сводится к определению величины z .

Измерительная выборка формируется путем многократного отбора одноименных (с одинаковым порядковым номером) отсчетов импульсных сигналов с одинаковой, описываемой произвольной аналитической либо дискретной функцией огибающей, полученных на разных элементах решетки. При этом полагаем, что уровень сигнала позволяет пренебречь наличием шумов, а приемный тракт вносит пренебрежимо малые нелинейные искажения.

Вследствие эквидистантности ЦАР и плоского фронта волны приращение разности хода волны относительно фазового центра в левую и правую сторону будет одинаковым. Поэтому можно ограничиться рассмотрением половины решетки, например

$$\text{левой } \left(r \in \left(0, \frac{R-1}{2} \right) \right).$$

С учетом сказанного, измерительная выборка будет иметь вид, представленный на рис. 2, где p – номер текущего отсчета АЦП измерительной выборки, w – смещение начала нулевого импульса относительно первого из задействованных для измерения отсчетов, P – длительность измерительной выборки.

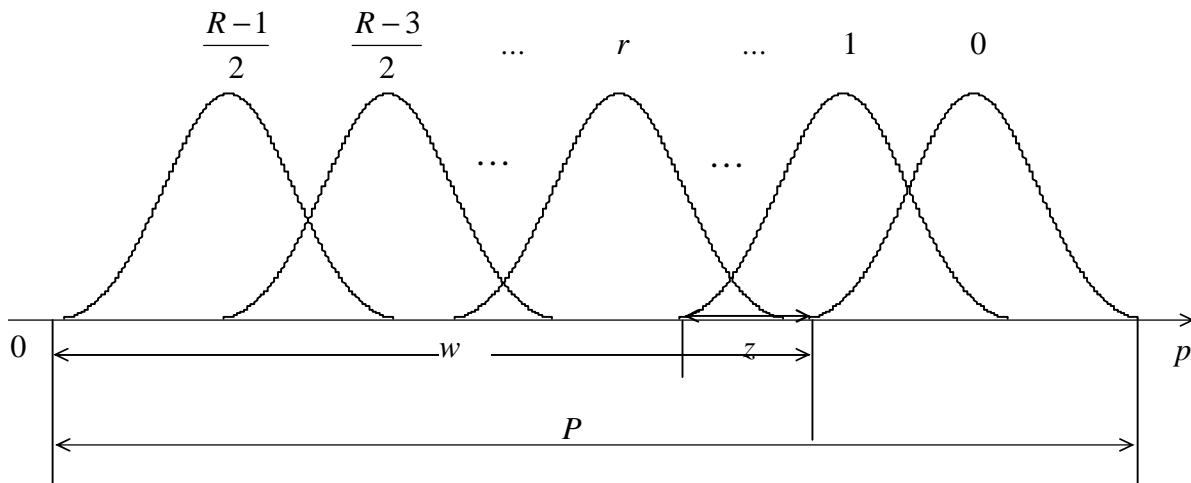


Рис. 2. Измерительная выборка, подлежащая оцениванию

В рамках предлагаемого подхода для определения оценки z воспользуемся методом наименьших квадратов.

Сумма квадратов невязок уравнений системы для квадратурных составляющих нормированной комплексной огибающей импульса $\mathcal{F}(p - w + r \cdot z)$ будет иметь вид

$$F = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \{U_{pr}^c - a^c f^c(p-w+r \cdot z)\}^2 + \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \{U_{pr}^s - a^s f^s(p-w+r \cdot z)\}^2 \rightarrow \min, \quad (3)$$

где $U_{pr}^{c(s)}$ – квадратурные составляющие напряжения импульса в p -м отсчете АЦП r -го канала ЦАР; $a^{c(s)}$ – квадратурные составляющие амплитуд сигналов; P – длительность измерительной выборки. При этом функция $f(p-w+r \cdot z)$ определяется выражением

$$f(p-w+r \cdot z) = \begin{cases} f(p-w+r \cdot z), & \text{при } w-r \cdot z \leq p \leq w-r \cdot z + M \\ 0, & \text{при } w-r \cdot z > p > w-r \cdot z + M \end{cases}, \quad (4)$$

где M – длительность импульсов в отсчетах АЦП.

Минимум (3) обеспечивается при вполне определенных значениях оценок амплитуд $a^{c(s)}$. Эти оценки можно найти из нормальной системы, полученной путем дифференцирования (3) по указанным неизвестным, а затем приравниванием к нулю соответствующих частных производных:

$$\frac{\partial}{\partial a^{c(s)}} F = 0. \quad (5)$$

Продифференцировав функционал F согласно (5), получим следующие оценки составляющих амплитуды сигналов $\tilde{a}^{c(s)}$:

$$\tilde{a}^c = \frac{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [U_{pr}^c f^c(p-w+r \cdot z)]}{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [f^c(p-w+r \cdot z)]^2}; \quad \tilde{a}^s = \frac{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [U_{pr}^s f^s(p-w+r \cdot z)]}{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [f^s(p-w+r \cdot z)]^2}. \quad (6)$$

Для нахождения оценки \tilde{z} перейдем, согласно [2], к модифицированному варианту функции правдоподобия, свободному от квадратурных составляющих амплитуд сигналов. Для этого выражение (3) запишем в виде

$$F = \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} (U_{pr}^c)^2 - 2a^c \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} U_{pr}^c f^c(p-w+r \cdot z) + \left[a^c \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} f^c(p-w+r \cdot z) \right]^2 + \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} (U_{pr}^s)^2 - 2a^s \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} U_{pr}^s f^s(p-w+r \cdot z) + \left[a^s \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} f^s(p-w+r \cdot z) \right]^2 \rightarrow \min. \quad (7)$$

Максимизируя слагаемые со знаком минус, входящие в (7), с учетом полученных оценок амплитуд (6) получим модифицированную функцию правдоподобия

$$F = \frac{\left[\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} U_{pr}^c f^c(p-w+r \cdot z) \right]^2}{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [f^c(p-w+r \cdot z)]^2} + \frac{\left[\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} U_{pr}^s f^s(p-w+r \cdot z) \right]^2}{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [f^s(p-w+r \cdot z)]^2} = \max. \quad (8)$$

Искомая оценка \tilde{z} вычисляется путем итерационного перебора ее возможных значений до достижения максимума максимум функции (8).

Подставив полученное значение \tilde{z} в (1), можно определить точное значение угла падения волны на ЦАР θ .

При одинаковом аналитическом описании закона изменения огибающей импульсов в квадратурных составляющих $f(p-w+r \cdot z)$ приведенные выкладки упрощаются. При этом выражение (8) трансформируется к виду

$$F = \frac{\left[\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} U_{pr}^c f(p-w+r \cdot z) \right]^2 + \left[\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} U_{pr}^s f(p-w+r \cdot z) \right]^2}{\sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [f(p-w+r \cdot z)]^2} = \max. \quad (9)$$

Для анализа эффективности синтезированного метода произведем оценку потенциальной точности измерения, характеристикой которой будем считать СКО оценки \tilde{z} , а показателем – нижнюю границу Крамера-Рао для ее дисперсии.

СКО оценки \tilde{z} в данном случае находится по формуле

$$\sigma_z \geq \sqrt{(J^{-1})_{4,4}}, \quad (10)$$

где J – информационная матрица Фишера:

$$J = \frac{1}{2\sigma_u^2} \begin{pmatrix} E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^c \partial a^c}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^s \partial a^c}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial w \partial a^c}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial a^c}\right\} \\ E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^c \partial a^s}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^s \partial a^s}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial w \partial a^s}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial a^s}\right\} \\ E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^c \partial w}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^s \partial w}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial w^2}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial w}\right\} \\ E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^c \partial z}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^s \partial z}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial w \partial z}\right\} & E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right\} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Здесь σ_u – СКО нормально распределенного шума, $E\{\}$ – символ математического ожидания.

Переход от σ_z к СКО оценки угла θ , выраженному в градусах, на основании (1), осуществляется по формуле

$$\sigma_u = n \cdot \arcsin\left(\frac{y_z \cdot c \cdot \Delta t}{d}\right) \begin{cases} n=1, \text{ при } t_0 > t_{R-1} \\ n=-1, \text{ при } t_0 < t_{R-1} \\ n=0, \text{ при } t_0 = t_{R-1} \end{cases} \quad (12)$$

С учетом (3) элементы матрицы (11) принимают вид

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial(a^{c(s)})^2}\right\} = 2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} [f^{c(s)}(p-w+r \cdot z)]^2; \quad (13)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^c \partial a^s}\right\} = E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^s \partial a^c}\right\} = 0; \quad (14)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^c \partial w}\right\} = E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial w \partial a^c}\right\} = 2a^c \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[f^c(p-w+r \cdot z) \frac{\partial f^c(p-w+r \cdot z)}{\partial w} \right]; \quad (15)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^s \partial w}\right\} = E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial w \partial a^s}\right\} = 2a^s \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[f^s(p-w+r \cdot z) \frac{\partial f^s(p-w+r \cdot z)}{\partial w} \right]; \quad (16)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^c \partial z}\right\} = E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial a^c}\right\} = 2a^c \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[f^c(p-w+r \cdot z) \frac{\partial f^c(p-w+r \cdot z)}{\partial z} \right]; \quad (17)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial a^s \partial z}\right\} = E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial a^s}\right\} = 2a^s \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[f^s(p-w+r \cdot z) \frac{\partial f^s(p-w+r \cdot z)}{\partial z} \right]; \quad (18)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial w^2}\right\} = 2(a^c)^2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[\frac{\partial f^c(p-w+r \cdot z)}{\partial w} \right]^2 + 2(a^s)^2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[\frac{\partial f^s(p-w+r \cdot z)}{\partial w} \right]^2; \quad (19)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z^2}\right\} = 2(a^c)^2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[\frac{\partial f^c(p-w+r \cdot z)}{\partial z} \right]^2 + 2(a^s)^2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[\frac{\partial f^s(p-w+r \cdot z)}{\partial z} \right]^2; \quad (20)$$

$$E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial d \partial z}\right\} = E\left\{\frac{\partial^2 F}{\partial z \partial d}\right\} = 2(a^c)^2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[\frac{\partial f^c(p-w+r \cdot z)}{\partial z} \frac{\partial f^c(p-w+r \cdot z)}{\partial d} \right] + \\ + 2(a^s)^2 \sum_{p=0}^{P-1} \sum_{r=0}^{\frac{R-1}{2}} \left[\frac{\partial f^s(p-w+r \cdot z)}{\partial z} \frac{\partial f^s(p-w+r \cdot z)}{\partial d} \right]. \quad (21)$$

По формуле (10) была произведена оценка потенциальной точности разработанного метода. В качестве функции, аппроксимирующей огибающую, был выбран полупериод функции $\sin^2(x)$. В предположении, что составляющие амплитуд и огибающих импульсов в обеих квадратурах одинаковые, $f^{c(s)}(p-w+r \cdot z)$ описывается формулой

$$f^{c(s)}(p-w+r \cdot z) = \begin{cases} \sin^2\left(\pi \frac{p-w+r \cdot z}{M}\right), & \text{при } w-r \cdot z \leq p \leq w-r \cdot z+M \\ 0, & \text{при } w-r \cdot z > p > w-r \cdot z+M \end{cases} \quad (22)$$

Кроме этого, параметры, входящие в (10), принимали следующие значения: число элементов решетки $R=65$, сдвиг $z=1$, период дискретизации АЦП $\Delta t=10^{-9}$ с, длительность импульсов в периодах дискретизации АЦП $M=3$, смещение $w = \left(\frac{R-1}{2} - 1\right)z = 31$, длительность выборки $P = M + \frac{R-1}{2}z = 35$, СКО шума $\sigma_u = 1$.

Для указанных выше параметров и единичного отношения сигнал-шум СКО оценки сдвига величины z $\sigma_z = 0,015$ или, с учетом (12), $\sigma_z = 0,258^\circ$. Этот результат получен для шага решетки $d = 0,5$ м и угла направления на источник $\theta = 36,87^\circ$.

Как видно, данный метод для указанных условий позволяет достаточно эффективно оценивать разность хода волны z с точностью до $0,015\Delta t$. Т.е. для заданного выше периода дискретизации АЦП Δt величина $|t_r - t_{r+1}|$ должна составлять

$$|t_r - t_{r+1}| \geq 1,5 \cdot 10^{-11} \text{ с.} \quad (23)$$

Границы применимости метода определяются также соотношением величин Δt и d . Учитывая условие (23), например для $d = 0,05$ м имеем допустимый сектор пеленгации $\theta \geq 5^\circ$, для $d = 0,1$ м – $\theta \geq 3^\circ$, для $d = 0,5$ м – $\theta \geq 0,5^\circ$.

Таким образом, разработанный метод позволяет уменьшить ошибки измерения угловых координат, особенно при существенных отклонениях направления на источник излучения от нормали к ЦАР. Его рекомендуется использовать в дополнение к традиционным методам пространственного спектрального оценивания, поскольку последние не учитывают межканальный временной сдвиг сигналов.

При решении задач радиотехнической разведки преимущество данного метода состоит в его инвариантности к несущей сигналов, что позволит применить одну ЦАР для всех диапазонов волн.

Рассмотренный метод может быть также обобщен на случай множества источников излучения с решением задачи их разрешения. Дальнейшие исследования в данной области целесообразно сосредоточить на обобщении синтезированного метода на случай плоской решетки. Кроме этого, имеет смысл разработать алгоритм угловой пеленгации в случае приема сферической волны, что эквивалентно нахождению источника излучения в ближней зоне ЦАР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бененсон Л.С., Журавлев В.А., Попов С.В., Постнов Г.А. Антенные решетки: методы расчета и проектирования. – М.: Советское радио, 1966. – 367с.
2. Варюхин В.А., Покровский В.И., Сахно Ф.Ф. Модифицированная функция правдоподобия в задачах многоканального анализа // Стохастические модели систем. – К.: ВА ПВО СВ. – 1986. – С. 113-118.

Подано 02.06.04