УДК 621.396.96

СЛЮСАР В. И.

СВЕРХРЭЛЕЕВСКОЕ РАЗРЕШЕНИЕ УЗКОПОЛОСНЫХ ИМПУЛЬСОВ ПО ВРЕМЕНИ ЗАДЕРЖКИ

Рассмотрены алгебраические методы разрешения M сигналов, различия во времени задержки которых меньше рэлеевского предела, основанные на аппроксимации огибающей импульса функцией $\sin^M \tilde{x}_M$.

В импульсной радиолокации существует довольно обширный круг задач, когда требуемое разрешение по дальности не может быть достигнуто путем расширения полосы зондирующего сигнала. С учетом этого бытующее среди специалистов мнение о недостаточной оправданности применения дальностного «сверхразрешения» и предубеждение, что «переход к любому сверхразрешению связан с потерями энергии», [1] нуждается в серьезной корректировке.

Целью статьи является рассмотрение дальномерных процедур сверхрэлеевского разрешения узкополосных радиоимпульсов, реализация которых сопряжена с энергетическими потерями только в случае отклонения фактической модели сигнала от расчетной.

Среди многочисленных процедур «сверхразрешения» обширную группу представляют собой методы обработки, основанные на бесшумовой идеализации сигнальной смеси и ее аналитическом представлении полиномом, степень которого равна числу источников сигналов, а корни — однозначно связаны с их параметрами [2, 4]. Воспользуемся таким подходом при синтезе измерительной процедуры вначале для двухсигнальной ситуации приема.

С учетом аргументации [3], аппроксимируем узополосную огибающую функцией $\sin^2 x$, где при дискретном представлении $x = \pi s / N$, s — смещение s-го отсчета АЦП от начала сигнала, N — длительность импульса по основанию в периодах дискретизации. Заметим, что для такой модели огибающей наиболее близким гауссовским аналогом будет экспонента

$$\exp\left\{-\frac{2{,}687 \cdot 4}{N^2}\left(s - \frac{1{,}5 \cdot N}{2}\right)^2\right\}. \qquad (1)$$

Это несколько отличается от представленного в [5] результата, что объясняется невозможностью детализации на момент публикации [5] коэффициентов в аргументе (1) из-за неразвитости вычислительной техники.

При приеме двух видеоимпульсов в комплексном представлении (со случайными квадратурными составляющими амплитуд и времени прихода) количество неизвестных параметров сигналов без учета шумов равно шести. Поэтому для составления нормальной системы уравнений, позволяющей определить искомое время задержки каждого из сигналов, потребуется тройка комплексных отсчетов. Их напряжения в пределах существования обоих импульсов можно записать в виде

$$\dot{U}_1 = \dot{a}_1 \sin^2 \frac{\pi}{N} d_1 + \dot{a}_2 \sin^2 \frac{\pi}{N} d_2,$$

$$\dot{U}_2 = \dot{a}_1 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_1) + \dot{a}_2 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_1),$$

$$\dot{U}_3 = \dot{a}_1 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_2) + \dot{a}_2 \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_2),$$

здесь d_m — неизвестное смещение первого отсчета тройки в периодах дискретизации относительно начала m-го сигнала, z_1, z_2 — интервалы, характеризующие сдвиг второго и третьего отсчетов триады относительно первого.

Для решения этой системы относительно d_m, проведем разделение квадратурных составляющих амплитуд сигналов. Результатом ее явится система из двух уравнений, которая разложением определителей по элементам первых столбцов преобразуется к виду

$$\begin{cases} U_1^c - U_2^c x_1 + U_3^c x_2 = 0 \\ U_1^s - U_2^s x_1 + U_3^s x_2 = 0 \end{cases}, \tag{2}$$

где U_s^c, U_s^s — квадратурные составляющие напряжений,

$$x_1 = \begin{vmatrix} \sin^2 \frac{\pi}{N} d_1 & \sin^2 \frac{\pi}{N} d_2 \\ \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_2) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_2) \end{vmatrix} : \mathrm{Det}, \tag{3}$$

$$x_2 = \begin{vmatrix} \sin^2 \frac{\pi}{N} d_1 & \sin^2 \frac{\pi}{N} d_2 \\ \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_1) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_1) \end{vmatrix} : \mathrm{Det},$$

$$\mathrm{Det} = \begin{vmatrix} \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_1) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_1) \\ \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_1 + z_2) & \sin^2 \frac{\pi}{N} (d_2 + z_2) \end{vmatrix}. \tag{4}$$

Применяя метод наименьших квадратов, по напряжениям отсчетов АЦП можно из (2) найти оценки x_1 и x_2 применительно к ненулевой мощности шумов. Для этого следует минимизировать функционал, составленный в общем случае по откликам S частотных фильтров (приемных каналов антенной решетки):

$$F=\sum_{s=1}^{S}\left\{U_{1s}^{c}-U_{2s}^{c}x_1+U_{3s}^{c}x_2\right\}^2+\sum_{s=1}^{S}\left\{U_{1s}^{s}-U_{2s}^{s}x_1+U_{3s}^{s}x_2\right\}^2. \tag{5}$$

Многоканальность обработки в данном случае позволяет повысить точность измерения дальности в неблагоприятных по разности начальных фаз сигналов ситуациях приема.

В результате минимизации (5) несложно определить

$$x_1=\left\{\sum_{s=1}^{S}U_{3s}^2\sum_{s=1}^{S}U_{12s}-\sum_{s=1}^{S}U_{13s}\sum_{s=1}^{S}U_{32s}\right\}:\mathrm{Det}, \tag{6}$$

$$x_2=\left\{-\sum_{s=1}^{S}U_{2s}^2\sum_{s=1}^{S}U_{13s}+\sum_{s=1}^{S}U_{23s}\sum_{s=1}^{S}U_{12s}\right\}:\mathrm{Det}, \tag{7}$$

$$\mathrm{Det}=\sum_{s=1}^{S}U_{2s}^2\sum_{s=1}^{S}U_{3s}^2-\left\{\sum_{s=1}^{S}U_{23s}\right\}^2,$$

$$U_{ns}^2=U_{ns}^{c\,2}+U_{ns}^{s\,2},\ U_{nms}=U_{ns}^{c}U_{ms}^{c}+U_{ns}^{s}U_{ms}^{s}.$$

С другой стороны, значения x_1 и x_2, согласно (3), могут быть увязаны с неизвестными d_1 и d_2. Опуская громоздкие выкладки, из определителей (3), 4) получим:

$$P=\frac{x_1\sin^2\frac{\pi}{N}z_1-x_2\sin^2\frac{\pi}{N}z_2}{x_1\cos^2\frac{\pi}{N}z_1-x_2\cos^2\frac{\pi}{N}z_2-1}, \tag{8}$$

$$S=\frac{x_2\sin^2 2\frac{\pi}{N}z_2-x_1\sin^2 2\frac{\pi}{N}z_1}{x_1\cos^2\frac{\pi}{N}z_1-x_2\cos^2\frac{\pi}{N}z_2-1},$$

где $P=\mathrm{tg}\frac{\pi}{N}d_1\cdot\mathrm{tg}\frac{\pi}{N}d_2, S=\mathrm{tg}\frac{\pi}{N}d_1+\mathrm{tg}\frac{\pi}{N}d_2.$

Дальнейшая подстановка значений x_1 и x_2 из (6), (7) в соотношения (8) позволяет свести поиск оценок $\mathrm{tg}\frac{\pi}{N}d_1$ и $\mathrm{tg}\frac{\pi}{N}d_2$ к решению квадратного уравнения

$$\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{N} d_m - S \operatorname{tg} \frac{\pi}{N} d_m + P = 0.$$

Откуда

$$d_{1,2} = \frac{N}{\pi} \operatorname{arctg}\left(-\frac{S}{2} \pm \sqrt{\frac{S^2}{4} - P}\right).$$

Следует отметить, что результат с точностью до аргументов тангенсов совпадает с решением двухсигнальной задачи спектрального оценивания по выходным напряжениям БПФ-фильтров. Аналогично [6], корни квадратного уравнения целесообразно вычислять с помощью ПЗУ, используя в качестве входных адресов коэффициенты P и S с выдачей результатов в виде искомых оценок d_1 и d_2.

Что касается большего числа источников, то их разрешение по времени задержки в рамках огибающей $\sin^2 x$ возможно только на основе итерационных процедур. Поэтому для сведения дальномерной задачи к решению алгебраического уравнения степени M в общем случае предлагается использовать в качестве аналитической модели огибающей функцию $\sin^{\text{м}} (\tilde{x}_{\text{м}})$, аргумент и показатель степени которой варьировались бы в зависимости от количества источников M. Выбор величины $\tilde{x}_{\text{м}}$ призван обеспечить оптимальную аппроксимацию гауссовского сигнала (1) тригонометрическим эквивалентом при любом порядке модели. Соответствующие приближения экспоненты (1) степенными функциями синусов были установлены путем программного построения графиков огибающих и визуального подбора наиболее удачных из них. Перечень наилучших аппроксимаций такого рода, ограниченный $M = 10$, представлен в табл. 1. Примечательно, что с увеличением M качество приближения улучшается.

Один из обобщенных вариантов многосигнальной измерительной процедуры может быть сведен к решению алгебраического уравнения, составленного по $M + 1$ отсчетам комплексных напряжений M фильтров (каналов):

$$\begin{vmatrix} \sin^{\text{м}} \tilde{d}_{\text{м}} & \sin^{\text{м}} (\tilde{d}_{\text{м}} + \tilde{z}_{\text{м}1}) & \sin^{\text{м}} (\tilde{d}_{\text{м}} + \tilde{z}_{\text{м}2}) & \cdots & \sin^{\text{м}} (\tilde{d}_{\text{м}} + \tilde{z}_{\text{мм}}) \\ \dot{U}_{1,1} & \dot{U}_{2,1} & \dot{U}_{3,1} & & \dot{U}_{\text{м}+1,1} \\ \dot{U}_{1,2} & \dot{U}_{2,2} & \dot{U}_{3,2} & \cdots & \dot{U}_{\text{м}+1,2} \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \dot{U}_{1,\text{м}} & \dot{U}_{2,\text{м}} & \dot{U}_{3,\text{м}} & \cdots & \dot{U}_{\text{м}+1,\text{м}} \end{vmatrix} = 0. \qquad (9)$$

Здесь в качестве $\tilde{d}_{\text{м}}$ обозначен аргумент функции sin, приведенной в табл. 1 для степени M, с той разницей, что вместо номера отсчета s использована переменная d_m, соответствующая смещению первого отсчета измерительной выборки относительно начала m-го сигнала. Аналогично, под $\tilde{z}_{\text{м}\,n-1}$ следует понимать интервал между n-м и первым отсчетами выборки в периодах дискретизации, умноженный на коэффициент $T_{\text{м}}$ при переменной s в том же аргументе синуса табл. 1. При этом предполагается, что во всех отсчетах обрабатываемой выборки присутствуют напряжения M сигналов. Чтобы перейти к тангенсам, в определителе (9) достаточно разделить первую строку на $\cos^{\text{M}} \tilde{d}_{\text{м}}$.

Таблица 1

M	Модель огибающей $\sin^{\text{M}}\{T_{\text{м}}\, s + H_{\text{м}}\}$
3	$\sin^3\left\{\frac{\pi}{1{,}21\,N}s+0{,}27\right\}$
4	$\sin^4\left\{\frac{\pi}{1{,}4\,N}s+0{,}45\right\}$
5	$\sin^5\left\{\frac{\pi}{1{,}54\,N}s+0{,}55\right\}$
6	$\sin^6\left\{\frac{\pi}{1{,}687\,N}s+0{,}64\right\}$
7	$\sin^7\left\{\frac{\pi}{1{,}8\,N}s+0{,}7\right\}$
8	$\sin^8\left\{\frac{\pi}{1{,}928\,N}s+0{,}755\right\}$
9	$\sin^9\left\{\frac{\pi}{2{,}0527\,N}s+0{,}8085\right\}$
10	$\sin^{10}\left\{\frac{\pi}{2{,}16\,N}s+0{,}845\right\}$

Рассматривая каждую из квадратур в отдельности, несложно получить систему из двух определителей M + 1-го порядка, соответствующих косинусным и синусным составляющим напряжений. Такая трансформация (9) полезна для определения $\tilde{d}_м$ по методу наименьших квадратов. В случае $M = 2$ при этом получим функционал невязок (5).

Существенно, что квадратурные составляющие можно использовать и при формировании определителя (9), подставляя ту или иную из квадратур взамен комплексных отсчетов напряжений. Данный прием позволяет сократить потребное для измерительной процедуры количество частотных фильтров (каналов). Например, $M + 1$-отсчетные выборки при четных степенях M достаточно компоновать по откликам $M/2$ частотных фильтров, а при нечетных степенях — $(M + 1) / 2$. В последнем случае отбрасывается одна из квадратур любого фильтра. Необходимо учитывать, что подобная экономия в объеме данных сопровождается ростом чувствительности точности оценивания времени задержки сигналов к неблагоприятным соотношениям их начальных фаз.

Представленный подход до сих пор обсуждался применительно к видеоимпульсам. Его обобщение на радиосигнальную обработку предполагает, подобно [2], доворот по фазе всех задействованных отсчетов АЦП, кроме первого, в соответствии с процедурой:

$$\tilde{U}_s^c = U_s^c \cos p_s + U_s^s \sin p_s; \quad \tilde{U}_s^s = U_s^s \cos p_s - U_s^c \sin p_s, \tag{10}$$

где $p_s = \omega\, \Delta t\, z_s$, z_s — временной сдвиг s-го отсчета относительно первого в обрабатываемой выборке в периодах дискретизации АЦП.

В многосигнальной ситуации такой прием оправдан при незначительных различиях в частоте заполняющих радиоимпульсы колебаний. В то же время неадекватность фазировки по своему проявлению вполне может быть отнесена к эквивалентному ухудшению отношения сигнал/шум.

Указанный доворот фазы необходим и в том случае, когда M сигналов присутствует не во всех отсчетах выборки. При этом в результате такой операции искусственно изменяется разность начальных фаз сигналов, что может быть полезно при неблагоприятных их соотношениях, общий вид подлежащей сепарации комплексной амплитуды m-го сигнала после дополнительной фазировки (10) может быть представлен следующим образом:

$$\tilde{a}_m = a_m \exp\{j\, [\varphi_m + \omega_m\, \Delta t\, d_m + \omega_m\, \Delta t\, z_{ms} - \omega_m\, \Delta t\, z_{1s}\,]\},$$

где z_{ms} — смещение s-го отсчета АЦП относительно начала m-го импульса d_m в периодах дискретизации Δt; z_{1s} — смещение s-го отсчета АЦП относительно начала измерительной выборки (d_1); a_m, φ_m, ω_m — амплитуда, начальная фаза и частота заполнения m-го радиоимпульса (если в каждом отсчете обрабатываемого массива присутствуют все M сигналов, то $z_{ms} = z_{1s}$).

Для проверки гипотез относительно количества источников и наличия либо отсутствия их сигналов на краях выборки целесообразно использовать подход, аналогичный [2], максимизируя по полученным оценкам временного положения импульсов функционал:

$$F_{\text{м}} = \begin{vmatrix} 0 & \dot W_1^*(M) & \dots & \dot W_{\text{м}}^*(M) \\ \dot W_1(M) & Q_{11}(M) & \dots & Q_{1\text{м}}(M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot W_{\text{м}}(M) & Q_{\text{м}1}(M) & \dots & Q_{\text{мм}}(M) \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} Q_{11}(M) & Q_{12}(M) & \dots & Q_{1\text{м}}(M) \\ Q_{21}(M) & Q_{22}(M) & \dots & Q_{2\text{м}}(M) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Q_{\text{м}1}(M) & Q_{\text{м}2}(M) & \cdots & Q_{\text{мм}}(M) \end{vmatrix}^{-1};$$

$$\dot W_n(M) = \sum_{s=r_n}^{r_n+N} (U_s^c + j\,U_s^s) K_{sn}(M); \quad Q_{pn}(M) = Q_{np}(M) = \sum_{s=r_p}^{r_n+N} K_{sp}(M) K_{sn}(M);$$

s — текущий номер интервала дискретизации, r_n — номер первого из интервалов дискретизации в пределах существования n-го сигнала,

$$K_{sn}(M) = \begin{cases} \sin^{\text{M}}(T_{\text{м}}(s - r_n) + H_{\text{м}}) \text{ при } r_n \le s \le r_n + N \\ 0 \text{ при } s < r_n \text{ и } s > r_n + N \end{cases},$$

$T_{\text{м}}$ и $H_{\text{м}}$ — коэффициенты из табл. 1, N — длительность импульсов.

Новым в данном случае является то, что для каждой величины M используется своя модель огибающей. Если желательно иметь одну и ту же аппроксимацию форм сигнала для произвольного M, то, в ущерб компактности вычислительных операций, можно ограничиться моделью, соответствующей максимуму ожидаемого количества источников.

Сведение задачи оценивания временного положения импульсов к решению алгебраического уравнения позволяет значительно сократить объем вычислений. Особую привлекательность алгебраическому подходу придает возможность использования для высокоточного определения корней модернизированного метода Лобачевского [7].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Методы радиолокационного распознавания и моделирования / Я. Д. Ширман, С. А. Горшков, С. П. Лещенко // Зарубежная радиоэлектроника.— 1996.— № 11.— С. 3—63.

2. *Слюсар В. И.* Итерпретация метода Прони для решения дальномерных задач // Радиоэлектроника.— 1998.— № 1.— С. 61—67. (Изв. высш. учеб. заведений).

3. *Слюсар В. И.* Цифровые методы оценивания временного положения колоколообразных радиоимпульсов // Радиоэлектроника.— 1997.— № 1.— С. 33—38. (Изв. высш. учеб. заведений).

4. *Доманов Ю. А., Коробко О. В., Таурогинский Б. И.* Оценка угловых координат нескольких источников сигналов из алгебраических свойств матрицы взаимных корреляционных моментов сигналов на выходах приемных элементов антенной решетки // Радиотехника и электроника.— 1985.— Т. 30.— Вып. 7.— С. 1362—1368.

5. *Ицхоки Я. С.* Импульсные устройства.— М. : Сов. радио, 1959.— С. 111.

6. *Слюсар В. И., Покровский В. И., Сахно В. Ф.* Цифровой частотный детектор / Заявка на выдачу патента РФ на изобретение № 5063627/09 от 29.09.92. Решение о выдаче патента от 5. 11. 96.

7. *Беланов А. А.* Решение алгебраических уравнений методом Лобачевского.— М. : Наука, 1989.— 96 с.

г. Киев. Поступила в редакцию 03.10.97.

УДК 621.396

ПЕВЦОВ Г. В., ШОЛОХОВ С. Н., ПОТОЧНЯК А. З.

ОБОСНОВАНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ПОРОГОВОЙ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ПРИ ОПТИМИЗАЦИИ ПАНОРАМНЫХ ПРИЕМНЫХ УСТРОЙСТВ НА ОСНОВЕ ФУРЬЕ-ПРОЦЕССОРОВ

Уточнена методика обоснования величины пороговой чувствительности при оптимизации панорамных приемных устройств на основе Фурье-процессоров, функционирующих в условиях априорной неопределенности относительно спектрально-временной структуры обрабатываемых сигналов.

Панорамные приемные устройства (ППрУ) применяются для поиска (обнаружения) в широкой полосе частот сигналов с неизвестной спектрально-временной структурой [1]. Основой ППрУ являются Фурье-процессоры (ФП), выполняющие преобразование Фурье от реализаций совокупности входных сигналов. При оптимизации ППрУ необходимо обосновать ограничения на величину их пороговой чувствительности $P_{\text{пор}}$. На практике требуемую величину пороговой чувствительности $P_{\text{пор}}$ определяют из неравенства

$$P_{\text{пор}} = k\,T_0\,\Delta f_{\text{эф}}\,q^2_{\text{пор}}\left(t_{\text{а}} - 1 + \frac{N}{K_{\text{п ф}}}\right) \le P_{\text{c min}}, \qquad (1)$$

где k — постоянная Больцмана; T_0 — стандартная температура; $\Delta f_{\text{эф}}$ — эффективная шумовая полоса приемника; $t_{\text{а}}$ — относительная шумовая температура антенны; N — коэффициент шума приемника; $K_{\text{п ф}}$ — коэффициент передачи фидерного тракта; $P_{\text{c min}}$ — предполагаемая минимально возможная мощность полезного сигнала передающих средств на входе оптимизируемого ППрУ; $q^2_{\text{пор}}$ — требуемое отношение мощности полезного сигнала к мощности помехи на выходе линейной части приемника.

Неравенство (1) апробировано при обосновании величины $P_{\text{пор}}$ приемных устройств в условиях оптимального (например, по критерию максимизации