НИЖНЯЯ ГРАНИЦА КРАМЕРА-РАО ДЛЯ ОРТОГОНАЛЬНО-ПОЛЯРИЗОВАННЫХ N-OFDM СИГНАЛОВ

Слюсарь В.И.[1], Волошко С.В.[2], Третьяченко С.А.[3]
[1]Центральный научно-исследовательский институт
вооружения и военной техники Вооруженных Сил Украины
03049, Киев, пр. Воздухофлотский-28, тел. (044)-520-12-84, E-mail: swadim@inbox.ru
[2]Военный институт телекоммуникаций и информатизации
Национального технического университета Украины „КПИ”
36012, г. Полтава, ул. Зеньковская-44, тел. 80665556589, E-mail: woloshko@mail.ru
[3]Военный институт телекоммуникаций и информатизации
Национального технического университета Украины „КПИ”
36012, г. Полтава, ул. Зеньковская-44, тел. 80508632472, E-mail: slk@mail.ru

In the report for an analytical rating of potential accuracy of a method of demodulation N-OFDM of signals with orthogonal polarization research of limiting opportunities of polarization-spatial condensation of signals is offered on the basis of the analysis of bottom border Kramer-Rhao for dispersions of ratings quadrature making amplitudes.

Адаптивное цифровое диаграммообразование является ключевой технологией современных телекоммуникационных систем, позволяющей осуществлять поляризационно-пространственное разделение сигналов. Ключевую роль в решении задачи синтеза соответствующих методов разделения играет аналитическое описание модели отклика приемной цифровой антенной решетки (ЦАР).

Как известно [1], в многокоординатных системах цифрового диаграммообразования с двойной поляризацией каналов антенных решеток для аналитического описания модели отклика приемной цифровой антенной решетки (ЦАР) используется матричное произведение Кхатри-Рао:

$$U = \begin{bmatrix} U_H \\ U_V \end{bmatrix} = P \cdot A = \left[\begin{array}{c|c} (Q_H \,\mathbf{n}\, V_H)\,\mathbf{n} F_H & (q_{HV} Q_V \,\mathbf{n}\, d_{HV} V_V)\,\mathbf{n} F_V \\ \hline (q_{VH} Q_H \,\mathbf{n}\, d_{VH} V_H)\,\mathbf{n} F_H & (Q_V \,\mathbf{n}\, V_V)\,\mathbf{n} F_V \end{array}\right] \cdot \begin{bmatrix} A_H \\ A_V \end{bmatrix},$$

где “■” - символ произведения Кхатри-Рао,

U - блок-матрица выходных напряжений каналов в горизонтальной и вертикальной поляризациях,

$A = \begin{bmatrix} A_H \\ \hline A_V \end{bmatrix}$ - вектор комплексных амплитуд N-OFDM сигналов горизонтальной (H) и вертикальной (V) поляризаций,

$$Q_H = \begin{bmatrix} Q_{H1}(x_1) & Q_{H1}(x_2) & \mathbf{L} & Q_{H1}(x_M) \\ Q_{H2}(x_1) & Q_{H2}(x_2) & \mathbf{L} & Q_{H2}(x_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ Q_{HR}(x_1) & Q_{HR}(x_2) & \mathbf{L} & Q_{HR}(x_M) \end{bmatrix}, \quad Q_V = \begin{bmatrix} Q_{V1}(x_1) & Q_{V1}(x_2) & \mathbf{L} & Q_{V1}(x_M) \\ Q_{V2}(x_1) & Q_{V2}(x_2) & \mathbf{L} & Q_{V2}(x_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ Q_{VR}(x_1) & Q_{VR}(x_2) & \mathbf{L} & Q_{VR}(x_M) \end{bmatrix}$$ - матрицы характеристик направленности первичных или вторичных (после цифрового диаграммообразования) приемных каналов ЦАР в азимутальной плоскости на H и V поляризациях,

$$V_H = \begin{bmatrix} V_{H1}(y_1) & V_{H1}(y_2) & \mathbf{L} & V_{H1}(y_M) \\ V_{H2}(y_1) & V_{H2}(y_2) & \mathbf{L} & V_{H2}(y_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ V_{HD}(y_1) & V_{HD}(y_2) & \mathbf{L} & V_{HD}(y_M) \end{bmatrix}, \quad V_V = \begin{bmatrix} V_{V1}(y_1) & V_{V1}(y_2) & \mathbf{L} & V_{V1}(y_M) \\ V_{V2}(y_1) & V_{V2}(y_2) & \mathbf{L} & V_{V2}(y_M) \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ V_{VD}(y_1) & V_{VD}(y_2) & \mathbf{L} & V_{VD}(y_M) \end{bmatrix}$$ - матрицы характеристик направленности первичных (вторичных) приемных каналов ЦАР в угломестной плоскости для H (V)-поляризаций,

$$F_H = \begin{bmatrix} \dot{F}_{H1}(\omega_{H11}) & \mathbf{L} & \dot{F}_{H1}(\omega_{HT1}) \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ \dot{F}_{HG}(\omega_{H11}) & \mathbf{L} & \dot{F}_{HG}(\omega_{HT1}) \end{bmatrix}, \quad F_V = \begin{bmatrix} \dot{F}_{V1}(\omega_{V11}) & \mathbf{L} & \dot{F}_{V1}(\omega_{VT1}) \\ \mathbf{M} & \mathbf{L} & \mathbf{M} \\ \dot{F}_{VG}(\omega_{V11}) & \mathbf{L} & \dot{F}_{VG}(\omega_{VT1}) \end{bmatrix}$$ - матрицы амплитудно-частотных характеристик $\dot{F}_{H(V)g}(\omega_{H(V)tm})$ БПФ-фильтров для R×D идентичных каналов приема,

$q_{HV}(q_{VH}), d_{HV}(d_{VH})$ - кроссполяризацинная развязка в азимутальной и угломестной плоскостях (предполагается частотно-инвариантной),

M – количество MIMO-передатчиков,

T - количество частот N-OFDM-пакета для одного MIMO-передатчика.

Процесс разделения сигналов можно свести к оцениванию их амплитуд, например, по методу максимального правдоподобия. При этом интерес представляет исследование предельных возможностей поляризационно-пространственного уплотнения сигналов на основе анализа нижней границы Крамера-Рао (НГКР) [2] для дисперсий оценок амплитуд.

В докладе для аналитической оценки потенциальной точности метода демодуляции N-OFDM сигналов с ортогональной поляризацией предлагается использовать известный подход, базирующийся на расчете (НГКР) для дисперсий оценок квадратурных составляющих амплитуд сигналов и сравнении этих дисперсий с допустимым порогом. Значение порога рассчитывается в зависимости от заданной вероятности безошибочной демодуляции переданных сообщений, с учетом использования дополнительного помехоустойчивого кодирования.

Как известно, НГКР для дисперсий может быть получена обращением, так называемой, информационной матрицы Фишера. Применительно к случаю известных номиналов частот поднесущих N-OFDM-пакета задача формирования информационной матрицы Фишера существенно упрощается и сводится к использованию квадратичной формы P*P вида

$$I=\left[\begin{array}{c|c} (Q_H \mathbf{n} V_H)\mathbf{n} F_H & (q_{HV} Q_V \mathbf{n} d_{HV} V_V)\mathbf{n} F_V \\ \hline (q_{VH} Q_H \mathbf{n} d_{VH} V_H)\mathbf{n} F_H & (Q_V \mathbf{n} V_V)\mathbf{n} F_V \end{array}\right]^* \left[\begin{array}{c|c} (Q_H \mathbf{n} V_H)\mathbf{n} F_H & (q_{HV} Q_V \mathbf{n} d_{HV} V_V)\mathbf{n} F_V \\ \hline (q_{VH} Q_H \mathbf{n} d_{VH} V_H)\mathbf{n} F_H & (Q_V \mathbf{n} V_V)\mathbf{n} F_V \end{array}\right],$$

где "*" – символ комплексно-сопряженного транспонирования матриц.

Применительно к QAM-сигналам удобнее рассматривать вместо дисперсий комплексных амплитуд сигналов, представленных выше в модели отклика приемной цифровой антенной решетки, дисперсии их квадратурных составляющих. Для этого в матричном представлении выходных напряжений откликов БПФ-фильтров следует перейти от вектора комплексных амплитуд $A=\left[a_1\ a_2\ a_3 \mathbf{K} a_M\right]^T$ на вектор квадратурных составляющих амплитуд сигналов $\tilde{A}=\left[a_1^c\ a_1^s\ a_2^c\ a_2^s \mathbf{K} a_M^c\ a_M^s\right]^T$, имеющий вдвое большую размерность. Чтобы согласовать эту размерность со структурой сигнальной матрицы P, ее необходимо подвергнуть кронекеровскому умножению справа на единичную матрицу формата 2Ч2:

$$\tilde{P}=P\otimes E_2=P\otimes\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c|c} P_H\otimes\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} & P_{HV}\otimes\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \\ \hline P_{VH}\otimes\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} & P_V\otimes\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \end{array}\right],$$

где "$\otimes$" – символ кронекеровского (прямого) произведения матриц,

$P_H=(Q_H \mathbf{n} V_H)\mathbf{n} F_H$, $P_V=(Q_V \mathbf{n} V_V)\mathbf{n} F_V$, $P_{VH}=(q_{VH} Q_H \mathbf{n} d_{VH} V_H)\mathbf{n} F_H$,

$P_{HV}=(q_{HV} Q_V \mathbf{n} d_{HV} V_V)\mathbf{n} F_V$.

Использование единичной матрицы обусловлено допущением об отсутствии корреляционной связи между напряжением квадратурных составляющих сигналов, что справедливо в пренебрежении эффектом эллиптичности квадратур. Кроме того, для устранения такой эллиптичности может использоваться цифровая коррекция квадратурного разбаланса.

1. Slyusar V. I., Voloshko S.V. A dual-polarization channels models of digital antenna arrays // International Conference on Antenna Theory and Techniques, 17-21 September, 2007, Sevastopol, Ukraine pp. 44168-4416889256.

2. Бакут П. А. Методы определения границ точности в задачах оценивания неизвестных параметров / П. А. Бакут, В. П. Логинов, Ю. П. Шумилов // Зарубежная радиоэлектроника. – 1978. – № 5. – С. 3–35.