

УДК 621.396

В.И. Слюсар¹, Н.А. Масесов²¹ Центральний науково-дослідницький інститут озброєння та військової техніки Збройних Сил України, Київ² Військовий інститут телекомунікацій та інформатизації Національного технічного університету України „КПІ”, Полтава**ОЦЕНКА ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ТОЧНОСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФАЗОВОЙ ПОГРЕШНОСТИ МЕТОДА КОРРЕКЦИИ КВАДРАТУРНОГО РАЗБАЛАНСА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО СТРОБИРОВАНИЯ ОТСЧЕТОВ АЦП**

В статье рассмотрены результаты оценки потенциальной точности метода коррекции квадратурного разбаланса, присущего процессу формирования комплексных сигналов в приемных каналах цифровых антенных решеток. Предложены различные методы оценки точности определения квадратурных неидентичностей. Обоснован выбор метода тейлоровского разложения в ряд и получена оценка точности определения фазовой погрешности на его основе. Приведены графики экспериментальных и расчетных зависимостей среднеквадратических отклонений оценок от различных параметров. Сделаны выводы о достоверности полученных результатов и работоспособности самого метода коррекции квадратурных неидентичностей с использованием дополнительного стробирования отсчетов аналого-цифрового преобразователя.

Ключевые слова: фазовая квадратурная неидентичность, дополнительное стробирование отсчетов аналого-цифрового преобразователя, оценка потенциальной точности, нижняя граница Крамера-Рао, тейлоровское разложение в ряд,

Введение

Достижения процессорной техники и развитие элементной базы позволяют применять в современных средствах радио-, радиорелейной и тропосферной связи, в том числе двойного назначения, методы цифровой обработки и комплексное представление сигналов.

Неотъемлемой процедурой при использовании технологии цифрового диаграммообразования (ЦДО) [1] для антенных систем ММО (Multiple Input Multiple Output) [2] на базе цифровой антенной решетки (ЦАР) [3] является получение квадратурных составляющих приемных каналов с использованием различных схем расквадратурирования. Однако, в присутствии аппаратурных неидентичностей коэффициентов передачи каналов и погрешностей фазового смещения, квадратурные подканалы имеют амплитудные и фазовые погрешности.

Метод коррекции квадратурного разбаланса

В [4] был предложен новый метод коррекции квадратурного разбаланса, который отличается от известных [5, 6] применением дополнительного стробирования отсчетов аналого-цифрового преобразователя (АЦП) [7]. Существенным отличием метода является расчет коэффициентов коррекции по результатам частичного суммирования отсчетов АЦП в выборке из нескольких отсчетов с заданной периодичностью [7]. Принимая синфазный канал (I) эталонным, а квадратурный (Q) разбалансирован-

ном, можно записать выражения для напряжений на выходах квадратурных каналов в виде функций от времени t [4]:

$$I = p + A \cdot \cos(2\pi f t + \phi_0), \quad (1)$$

$$Q = h + A \cdot (1 + \alpha) \cdot \sin(2\pi f t + (\phi_0 - \psi)), \quad (2)$$

где α - амплитудная погрешность каналов; ψ - их фазовая неидентичность; f - частота сигнала; ϕ_0 - начальная фаза сигнала; p и h - постоянные составляющие соответственно синфазного и квадратурного подканалов.

Дополнительное стробирование отсчетов АЦП, опираясь на [7], будем проводить по формулам:

$$\begin{aligned} A1 &= I(0) - I(2) + I(4) - I(6) + I(8) - \dots - I(N-2); \\ A2 &= I(1) - I(3) + I(5) - I(7) + I(9) - \dots - I(N-1); \\ B1 &= Q(0) - Q(2) + Q(4) - Q(6) + Q(8) - \dots - Q(N-2); \\ B2 &= Q(1) - Q(3) + Q(5) - Q(7) + Q(9) - \dots - Q(N-1), \end{aligned} \quad (3)$$

где N - период накопления; $A1, A2, B1, B2$ - напряжения, которые соответствуют двум соседним во времени стробам по выходам двух квадратурных аналоговых каналов; $I(k), Q(k)$ - временные выборки АЦП на выходе ортогональных приемных подканалов.

Согласно [7], при частоте сигнала, равной обратному нечетному числу четвертей периода дискретизации АЦП, после процедуры (3) устраняется влияние постоянных составляющих и без учета шумов:

$$\begin{aligned}
 A1 &= \frac{N}{2} A \cdot \cos(\phi_0); \\
 A2 &= -\frac{N}{2} A \cdot \sin(\phi_0); \\
 B1 &= \frac{N}{2} A \cdot (1 + \alpha) \cdot \sin(\phi_0 - \psi); \\
 B2 &= \frac{N}{2} A \cdot (1 + \alpha) \cdot \cos(\phi_0 - \psi).
 \end{aligned}
 \quad (4)$$

Для усреднения оценок квадратурных неидентичностей по совокупности серии из R выборок можно воспользоваться методом наименьших квадратов. Составим функцию невязок для оценки тангенса фазовой погрешности расквадратурирования [4], опуская промежуточные формулы:

$$L = \sum_{i=0}^{R-1} \{ (B1A1 + B2A2) - (B1A2 - B2A1) \operatorname{tg}(\psi) \}^2 = \min. \quad (5)$$

Решая уравнение $\partial L / \partial \operatorname{tg}(\psi) = 0$, можно найти [4]:

$$\operatorname{tg}(\psi) = \frac{\sum_{i=0}^{R-1} (B1A1 + B2A2) \cdot (B1A2 - B2A1)}{\sum_{i=0}^{R-1} (B1A2 - B2A1)^2}. \quad (6)$$

С учетом полученного выражения (6), стробы $B1$ и $B2$ поддаются коррекции. Аналогично может быть получена и оценка амплитудного разбаланса.

Оценка потенциальной точности определения фазовой неидентичности

Для предложенного в [4] метода коррекции квадратурной неидентичности необходимо обосновать и уточнить возможность практической реализации, проведя анализ потенциальных возможностей разработанного метода. При этом особое значение имеет обеспечение им вероятности безошибочной работы. Такой расчет может осуществляться различными методами [8]. Для получения надежных характеристик точности необходимо проведение достаточного числа экспериментов с последующей статистической обработкой. На практике для различных задач чаще всего применяются приближенные методы вычисления границ искомых характеристик [8].

Среди известных методов наиболее приемлемым является определение нижних границ Крамера-Рао (НГКР) [8]. При этом возникают задачи поиска нижней границы, установление ее достижимости и нахождения оценки, достигающей найденную нижнюю границу.

Будем предполагать, что случайные ошибки распределены по нормальному закону. Для примера возьмем искомый случайный параметр a на множестве реализаций измерений $\{u_i\}$, при этом наблюдается последовательность:

$$u_i = s(a) + n_i, \quad i = 1, 2, \dots, R, \quad (7)$$

где $s(a)$ – известная функция параметра a ;

n_i – независимые гауссовы ошибки измерений с нулевым математическим ожиданием и дисперсией σ_n^2 ;

R – общее число измерений.

В этом случае выражение для границы Крамера-Рао будет иметь вид [8]:

$$\sigma_a^2 \geq \sigma_n^2 E \left(\frac{\partial^2 s}{\partial a^2} \right)^{-1} \quad (8)$$

Исходя из выше описанных соображений, найдем вторую производную из (5):

$$\partial^2 L / \partial \operatorname{tg}^2(\psi) = 2(B1A2 - B2A1)^2. \quad (9)$$

Используя (4), запишем (9) в виде

$$\begin{aligned}
 \partial^2 L / \partial \operatorname{tg}^2(\psi) &= \\
 &= 2 \left(\frac{N}{2} A \cdot (1 + \alpha) \cdot \sin(\phi_0 - \psi) \cdot \left(-\frac{N}{2} A \cdot \sin(\phi_0) \right) - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{N}{2} A \cdot (1 + \alpha) \cdot \cos(\phi_0 - \psi) \cdot \frac{N}{2} A \cdot \cos(\phi_0) \right)^2. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Опуская дальнейшие преобразования, используя тригонометрические равенства и принимая во внимание коэффициент $N/2$ для учета влияния процедуры дополнительного стробирования на дисперсию шума $\sigma_{ш}^2$, получим оценку фазовой погрешности НГКР в виде:

$$\sigma_{\operatorname{tg}(\psi)}^2 \geq \frac{4\sigma_{ш}^2}{N^3 A^4 \cdot (1 + \alpha)^2 \cdot \cos^2(\psi)}. \quad (11)$$

Путем моделирования в пакете MathCad [9] было установлено, что данная граница экспериментально не достигается, поэтому для оценки точности измерения тангенса фазовой погрешности не может быть использована. Причина экспериментальной недостижимости в данном случае обусловлена присутствием шумовых компонентов в левой и правой частях выражения, использованного для получения функции невязок (5).

В [10] был предложен альтернативный метод для нахождения оценки точности измерения путем тейлоровского разложения в ряд [11]. Применительно к квадратурным неидентичностям, следует учесть мешающее воздействие шумов напряжения стробов в квадратурных подканалах: $A1 + na1$, $A2 + na2$, $B1 + nb1$, $B2 + nb2$. Тогда, согласно [10], запишем:

$$\begin{aligned}
 F &= \operatorname{tg}(\psi) - \operatorname{tg}(\tilde{\psi}) = \\
 &= \frac{\operatorname{tg}(\psi) \left((B1 + nb1) \cdot (A2 + na2) - (B2 + nb2) \cdot (A1 + na1) \right)}{\left((B1 + nb1) \cdot (A2 + na2) - (B2 + nb2) \cdot (A1 + na1) \right)} - \\
 &\quad \frac{\left((B1 + nb1) \cdot (A1 + na1) + (B2 + nb2) \cdot (A2 + na2) \right)}{\left((B1 + nb1) \cdot (A2 + na2) - (B2 + nb2) \cdot (A1 + na1) \right)}. \quad (12)
 \end{aligned}$$

Осуществляя перемножения в (12), отметим, что математические ожидания произведений мешающих шумов различных напряжений стробов друг на друга равны нулю, так как шумы в каналах некоррелированы. Таким образом, (12) примет вид

$$\frac{\operatorname{tg}(\psi)((B1 \cdot A2 + B1na2 + A2nb1) - (B2 \cdot A1 + B2na1 + A1nb2))}{(B1 \cdot A2 + B1na2 + A2nb1) - (B2 \cdot A1 + B2na1 + A1nb2)} \cdot \frac{((B1 \cdot A1 + B1na1 + A1nb1) + (B2 \cdot A2 + B2na2 + A2nb2))}{(B1 \cdot A2 + B1na2 + A2nb1) - (B2 \cdot A1 + B2na1 + A1nb2)}. \quad (13)$$

Учитывая тождества (4), несложно получить произведения:

$$B1 \cdot A1 + B2 \cdot A2 = -\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha) \sin(\psi); \quad (14)$$

$$B1 \cdot A2 - B2 \cdot A1 = -\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha) \cos(\psi);$$

$$\operatorname{tg}(\psi)B1 - B2 = -\frac{A1}{\cos(\psi)};$$

$$\operatorname{tg}(\psi)A2 - A1 = -\frac{B2}{\cos(\psi)};$$

$$\operatorname{tg}(\psi)B2 + B1 = -\frac{A2}{\cos(\psi)};$$

$$\operatorname{tg}(\psi)A1 + A2 = -\frac{B1}{\cos(\psi)}.$$

С учетом (14) и (15), используя тригонометрические преобразования, а также пренебрегая шумами в знаменателе, представим (13) в виде:

$$\frac{A1na2 + B2nb1 - A2na1 - B1nb2}{\cos(\psi)} = \frac{-\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha) \cos(\psi)}{A1na2 + B2nb1 - A2na1 - B1nb2} = \frac{A1na2 + B2nb1 - A2na1 - B1nb2}{\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha) \cos^2(\psi)}. \quad (16)$$

Для перехода к оценкам дисперсий возведем (16) в квадрат:

$$\left(\frac{A1na2 + B2nb1 - A2na1 - B1nb2}{\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha) \cos^2(\psi)} \right)^2 = \frac{(A1na2)^2 + (B2nb1)^2 + (A2na1)^2 + (B1nb2)^2}{\frac{N^4}{16} A^4 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)} = \frac{\cos^2(\phi_0)na2^2 + \sin^2(\phi_0)na1^2}{\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)} + \frac{(1 + \alpha)^2 (\cos^2(\phi_0 - \psi)nb1^2 + \sin^2(\phi_0 - \psi)nb2^2)}{\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)}. \quad (17)$$

В выражении (17) $na1^2$, $na2^2$, $nb1^2$, $nb2^2$ - дисперсии шумов напряжений стробов. Поскольку шумы для напряжений стробов в каждом подканале имеют одинаковые дисперсии [11], то $na1^2 = na2^2 = \sigma_a^2$, а $nb1^2 = nb2^2 = \sigma_b^2$. Тогда (17) примет вид:

$$\frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 (1 + \alpha)^2}{\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)}. \quad (18)$$

Учитывая длину строба, преобразуем (18) к виду

$$\frac{\frac{N}{2} (\sigma_a^2 + \sigma_b^2 (1 + \alpha)^2)}{\frac{N^2}{4} A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)} = \frac{\sigma_a^2 + \sigma_b^2 (1 + \alpha)^2}{\frac{N}{2} A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)} = \frac{2 (\sigma_a^2 + \sigma_b^2 (1 + \alpha)^2)}{N \cdot A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)}. \quad (19)$$

Тогда выражение для дисперсии оценки тангенса фазовой погрешности запишем в виде:

$$\sigma_{\operatorname{tg}(\psi)}^2 \geq \frac{2 (\sigma_a^2 + \sigma_b^2 (1 + \alpha)^2)}{N \cdot A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)}. \quad (20)$$

И, наконец, при равной дисперсии шумов в обоих квадратурных каналах:

$$\sigma_{\operatorname{tg}(\psi)}^2 \geq \frac{2\sigma_{\text{ш}}^2 (2 + 2\alpha + \alpha^2)}{N \cdot A^2 (1 + \alpha)^2 \cos^4(\psi)}. \quad (21)$$

Аналогично можно получить выражение для оценки точности дисперсии амплитудной погрешности.

Результаты экспериментальных исследований

С целью подтверждения достоверности аналитических выражений для дисперсии (21) проводилась их проверка статистическим моделированием в пакете MathCad [9, 12, 13] для 100 реализаций. При этом коэффициент доверия составляет 0,999, а границы доверительных интервалов пределов среднеквадратического отклонения (СКО) - 0,808 и 1,29 [14].

В ходе исследований получены статистические данные, которые укладываются в расчетные доверительные интервалы и соответствуют предложенному методу коррекции. Для наглядности результаты моделирования представлены в виде рисунков (рис. 1 - 5). На рис. 1 показаны полученные расчетным путем нижняя и верхняя границы доверительных интервалов, соответствующие расчетной оценке точности измерения (пунктирные линии), а также эксперимен-

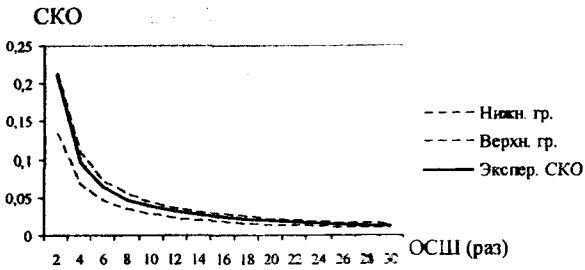


Рис. 1. СКО оценок тангенса фазовой погрешности для различных ОСШ

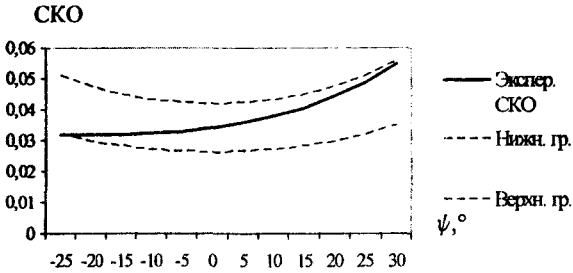


Рис. 2. Границы коррекции фазовой погрешности, при которых расчетное СКО находится в пределах доверительного интервала

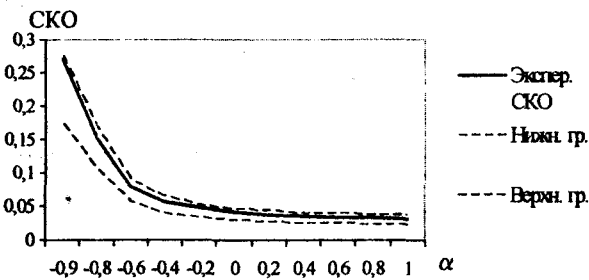


Рис. 3. СКО оценок тангенса фазовой погрешности для различных амплитудных неидентичностей

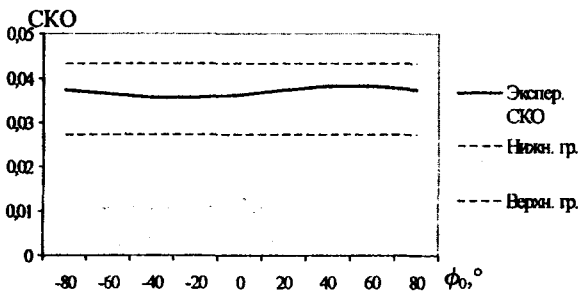


Рис. 4. СКО оценок тангенса фазовой погрешности для различных значений начальной фазы

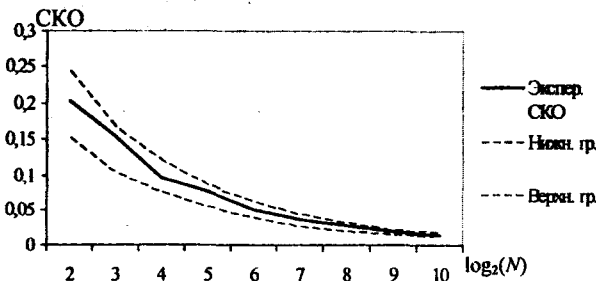


Рис. 5. СКО оценок тангенса фазовой погрешности для различной длительности строга

тальные статистические данные (сплошная линия) для различного отношения сигнал-шум (ОСШ) в случае протяженности строга $N=32$, фазовой неидентичности 10° , амплитудной неидентичности $0,2$, начальной фазы $0,4$ радиан.

Рассмотрим результаты моделирования по определению граничных возможностей коррекции фазовой неидентичности, при которых расчетные значения СКО для тангенса неидентичности находятся в пределах доверительного интервала. Условия вычислительных экспериментов остаются теми же, что и ранее, а ОСШ равно 10 .

Данные по результатам моделирования представлены на рис. 2.

Из рис. 2 видно, что прогноз дисперсии ошибки определения фазовой неидентичности по формуле (21) возможен, когда значения фазового разбаланса находятся в пределах $-25^\circ \dots +34^\circ$, при этом экспериментальные значения СКО попадают в пределы доверительного интервала.

Также следует рассмотреть возможности коррекции при различных амплитудных неидентичностях (рис. 3). Условия вычислительных экспериментов остаются те же, что и описанные ранее, фазовая погрешность зафиксирована и составляет 10° . Видно, что допустимое отклонение составляет $-0,88$, что связано с приближением к нулю одного из сомножителей знаменателей $-1 + \alpha$.

Как видно из рис. 4, оценка СКО точности измерения фазовой погрешности слабо зависит от выбранной начальной фазы ϕ_0 , тогда как расчетная оценка и границы остаются постоянными.

Результаты были бы неполными без рассмотрения влияния на полученную оценку длительности строга N (рис. 5). Другие параметры равны соответственно: $\text{ОСШ}=5$, $\psi=10^\circ$, $\alpha=0,2$, $\phi_0=0,4$ радиан.

Из рис. 5 следует, что экспериментальные данные для СКО оценок тангенса фазовой неидентичности находятся в пределах доверительного интервала даже при небольшом ОСШ, равном 5 .

Выводы

Полученные результаты статистического моделирования свидетельствуют о приближении экспериментальных значений СКО к расчетной оценке точности измерений.

Это подтверждает достоверность полученных соотношений для дисперсии оценивания фазового разбаланса и работоспособность самого метода коррекции квадратурных неидентичностей с использованием дополнительного стробирования отсчетов АЦП.

Список литературы

1. Слюсар В.И. Цифровое диаграммообразование - базовая технология перспективных систем связи // *Радиоаматор*. - 1999. - № 8. - С. 58-59.

2. Слюсар В.И. Системы ММО: принципы построения и обработка сигналов // *Электроника: наука, технология, бизнес.* – 2005. – № 10. – С. 52-59.
3. Слюсар В.И. Цифровое формирование луча в системах связи: будущее рождается сегодня // *Электроника: Наука, Технология, Бизнес.* – 2001. – № 1. – С. 6-12.
4. Спосіб корекції квадратурного розбалансу з використанням додаткового стробування відліків АЦП / В.И. Слюсар, Н.А. Масесов, О.Н. Солощев. – Заявка на выдачу патента Украины на полезную модель № 2008 02467 від 26.02.2008. МПК⁷ G 01 S7/36, H 03 D13/00.
5. Бобров Д.Ю., Доброжанский А.П., Зайцев Г.В. Цифровая обработка сигналов в многофункциональных РЛС. Часть 1: Принципы разработки. Преобразование сигнала в цифровую форму // *Цифровая обработка сигналов.* – 2001. – № 4. – С. 2-11.
6. Слюсар В.И., Солощев О.Н., Титов И.В. Метод коррекции квадратурного разбаланса приемных каналов цифровой антенной решетки // *Научно-технический журнал „Известия ВУЗов”. сер. Радиоэлектроника.* – К.: НТУУ „КПИ”. – 2004. – № 2. – С. 42-50.
7. Слюсар В.И. Синтез алгоритмов измерения дальности М источников при дополнительном стробировании отсчетов АЦП // *Научно-технический журнал „Известия ВУЗов”. сер. Радиоэлектроника.* – К.: НТУУ „КПИ”. – 1996. – № 5. – С. 55-62.
8. Бакут П.А., Логинов В.П., Шумилов Ю.П. Методы определения границ точности в задачах оценивания неизвестных параметров // *Зарубежная радиоэлектроника.* – 1978. – № 5. – С. 3-35, – № 6. – С. 3-28.
9. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mathcad.com/>.
10. Слюсар В.И. Дисс. канд. техн. наук. – К., 1992. – 262 с.
11. Грэнвилл В. Элементы дифференциального и интегрального исчисления. Часть 1. Дифференциальное исчисление. – Л.: Государственное издательство Москва, 1928. – 288 с.
12. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.mathcad.ru/>.
13. Кирьянов Д.В. Самоучитель MathCad 11. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 560 с.
14. Гурьев М.А. Теория вероятностей и элементы математической статистики. – М.: Воениздат, 1980. – 400 с.

Поступила в редколлегию 19.03.2008

Рецензент: канд. техн. наук В.Г. Смоляр, Военный институт телекоммуникаций и информатизации Национального технического университета Украины „КПИ”, Полтава.

ОЦІНКА ПОТЕНЦІЙНОЇ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ФАЗОВОЇ ПОХИБКИ МЕТОДУ КОРЕКЦІЇ КВАДРАТУРНОГО РОЗБАЛАНСУ З ВИКОРИСТАННЯМ ДОДАТКОВОГО СТРОБУВАННЯ ВІДЛІКІВ АЦП

В.І. Слюсар, М.О. Масесов

У статті розглянуті результати оцінки потенційної точності методу корекції квадратурного розбалансу, власного процесу формування комплексних сигналів у прийомних каналах цифрових антенних решіток. Запропоновано різні методи оцінки точності визначення квадратурних неідентичностей. Обґрунтовано вибір методу тейлоровського розкладання в ряд і отримана оцінка точності визначення фазової похибки. Виконано моделювання отриманих оцінок точності в пакеті MathCad. Наведено графіки експериментальних і розрахункових залежностей середньоквадратичних відхилень оцінок від різних параметрів. Зроблено висновки про достовірність отриманих результатів і працездатність самого методу корекції квадратурних неідентичностей з використанням додаткового стробування відліків аналого-цифрового перетворювача.

Ключові слова: фазова неідентичність квадратури, додаткове стробування відліків аналого-цифрового перетворювача, оцінка потенційної точності, нижня межа Крамера-Рао, тейлорівське розкладання в ряд.

ESTIMATION OF POTENTIAL ACCURACY OF DEFINITION OF THE PHASE ERROR OF THE METHOD OF CORRECTION QUADRATURE DISBALANCE WITH USE ADDITIONAL GATING OF ADC SAMPLES

V.I. Slusar, N.A. Masesov

In article results of an estimation of potential accuracy of a method of correction quadrature disbalance, formation of complex signals inherent in process in reception channels digital antenna arrays are considered. Various methods of an estimation of accuracy of definition quadrature disbalance are offered. The choice of a method Taylor's decomposition in a line is proved and the estimation of accuracy of definition of a phase error is received. Modelling the received estimations of accuracy in package MathCad is executed. Diagrams of experimental and settlement dependences mean square deviations (rejections) of estimations from various parameters are given. Conclusions about reliability of the received results and serviceability of the method of correction quadrature disbalance with use additional gating of samples of the analog-digital converter are made.

Keywords: phase squaring unidentity, additional gating of counting out of analog-digital transformer, estimation of potential exactness, low bound of Kramera-Rao, Teylor decomposition in a row.