УДК 621.396

к.т.н., доц. **Карпенко Б.О.** (ВІКНУ)
к.т.н., проф. **Якорнов Є.А.** (ВІКНУ)
к.т.н., доц. **Коломицев М.Ю.** (ІТС НТУУ “КПІ”)
Авдєєнко Г.Л. (ІТС НТУУ “КПІ”)

ЗАСТОСУВАННЯ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ ТОРЦЕВИХ ДОБУТКІВ МАТРИЦЬ ДЛЯ ОПИСУ ОПТИМАЛЬНОГО ВЕКТОРУ ВАГОВИХ КОЕФІЦІЄНТІВ АДАПТИВНОЇ АНТЕННОЇ РЕШІТКИ З НЕІДЕНТИЧНИМИ КАНАЛАМИ ОБРОБКИ

У статті показана можливість застосування математичного апарату торцевих добутків матриць для опису оптимального вектору вагових коефіцієнтів, що отриманого згідно класичного рівняння Вінера-Хопфа для адаптивної антенної решітки з неідентичними каналами обробки вузькосмугових сигналів.

Ключові слова: добутки матриць, вагові коефіцієнти, оптимальний вектор, адаптивна антенна решітка, неідентичні канали обробки, вузькосмугові сигнали.

В статье показана возможность применения математического аппарата торцевых произведений матриц для описания оптимального вектора весовых коэффициентов, полученного, согласно классического уравнения Винера-Хопфа для адаптивной антенной решетки, с неидентичными каналами обработки узкополосных сигналов.

Ключевые слова: произведения матриц, весовые коэффициенты, оптимальный вектор, адаптивная антенная решетка, неидентичные каналы обработки, узкополосные сигналы.

The possibility of the face-splitting matrix products mathematical apparatus for the description of the optimal vector of weight factors, that is derived from Wiener-Hopf's classic equation for the adaptive array with the nonidentical handing channels of narrowband signals,. is being shown.

Keywords: face-splitting matrix product, weight factors, optimal vector, adaptive antenna array, nonidentical channels, narrowband signals.

Постановка задачі. У теперішній час у зв`язку з розвитком теорії й практики застосування багатоканальних адаптивних антенних решіток (ААР) в системах радіозв`язку постає задача пошуку математичного апарату опису вхідних та вихідних реалізацій сигналів в каналах ААР, який би враховував неідентичність амплітудно-частотних (АЧХ) й фазо-частотних (ФЧХ) характеристик її каналів. Як показує огляд літературних джерел, запропонований у роботах [1-3], матричний апарат торцевих добутків зручно застосовувати для запису миттєвих часових відкликів цифрової антенної решітки багатокоординатних радіолокаційних станцій, які, по-перше, мають неоднакові діаграми направленості (ДН) антенних елементів, а по-друге – канали з неідентичними АЧХ і ФЧХ. Покажемо можливість застосування вказаного матричного апарату також і для запису оптимального вектору вагових коефіцієнтів, що описується класичним рівнянням Вінера-Хопфа [4], в ААР радіоелектронних засобів систем радіозв'язку [5]. Для простоти математичних викладок вплив багатопроменевості та неоднорідності середовища розповсюдження в радіоканалі на приймальній стороні враховувати не будемо.

Основна частина. Адитивна суміш корисного сигналу, N сигналів від джерел перешкод та власних шумів каналів ААР може бути представлена у вигляді

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{s}(t) + \sum_{k=1}^{N} \mathbf{n}_k(t) + \mathbf{n}_0(t), \tag{1}$$

де $\mathbf{s}(t), \mathbf{n}_k(t), \mathbf{n}_0(t)$ – вектор-стовпець корисного сигналу, k-го джерела перешкод та власних шумів каналів ААР відповідно.

При не ідентичності АЧХ й ФЧХ трактів M-елементної ААР, по аналогії з [1-3], компоненту корисного сигналу можна представити як

$$\mathbf{s}(t)=\begin{bmatrix} F_1(\theta_S)\dot{S}_{\alpha_1}\dot{S}_1(t) \\ F_2(\theta_S)\dot{S}_{\alpha_2}\dot{S}_2(t) \\ \vdots \\ F_M(\theta_S)\dot{S}_{\alpha_M}\dot{S}_M(t) \end{bmatrix}=\mathbf{F}(\theta_S)\square\mathbf{S}_\alpha(\theta_S)\square\mathbf{S}_S(t)\exp(j\omega_0 t), \qquad (2)$$

де $\mathbf{F}(\theta_S)=[F_1(\theta_S),F_2(\theta_s),...,F_M(\theta_S)]^T$ – вектор-стовпець значень ДН елементів ААР в кутовому напрямку джерела корисного сигналу; "□" – знак торцевого добутку матриць [1]; $\mathbf{S}_\alpha(\theta_S)=[\dot{S}_{\alpha_1},\dot{S}_{\alpha_2},....,\dot{S}_{\alpha_M}]^T$ – вектор-стовпець фазових зсувів несучого коливання корисного сигналу між першим і r-им елементами ААР (керуючий вектор ААР в напрямку θ_S), де $\dot{S}_{\alpha_r}=\exp(-j2\pi d(r-1)\sin\theta_S/\lambda_0)$, $\lambda_0=c/f_0$ $r=\overline{1,M}$; $\mathbf{S}_S(t)=[\dot{S}_1(t),\dot{S}_2(t),...,\dot{S}_M(t)]^T$ – вектор-стовпець комплексних амплітуд корисного сигналу в трактах ААР на вході діаграмоутворювальної схеми, нерівність яких обумовлена неідентичністю каналів ААР, де

$$\dot{S}_k(t)=\int_0^t\dot{S}(t)\dot{K}_k(t-\tau)d\tau,\quad k=\overline{1,M}\ , \qquad (3)$$

де $\dot{S}(t)=\dot{S}_{\text{прд}}(t)\dot{\alpha}_S(t)$ – комплексна амплітуда корисного сигналу на вході елементу ААР, причому $\dot{\alpha}_S(t)$ – коефіцієнт передачі на радіолінії «мобільна станція-базова станція», $\dot{S}_{\text{прд}}(t)$ – комплексна амплітуда сигналу на виході передавача; $\dot{K}_k(t)$– імпульсна характеристика k-го приймального тракту ААР від виходу антенного елемента до входу вагового пристрою, яка дорівнює

$$\dot{K}_k(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\dot{K}_k(jf)\exp(j2\pi ft)df\ , \qquad (4)$$

де $\dot{K}_k(jf)$ – частотна характеристика комплексного коефіцієнта передачі k-го приймального тракту ААР, $k=\overline{1,M}$.

Аналогічно, для i-го джерела перешкоди

$$\mathbf{n}_i(t)=\begin{bmatrix} F_1(\theta_i)\dot{N}_{\gamma_{i1}}\dot{N}_{t_{i1}}(t) \\ F_2(\theta_i)\dot{N}_{\gamma_{i2}}\dot{N}_{t_{i2}}(t) \\ \vdots \\ F_M(\theta_i)\dot{N}_{\gamma_{iM}}\dot{N}_{t_{iM}}(t) \end{bmatrix}=\mathbf{F}(\theta_i)\square\mathbf{N}_{\gamma}(\theta_i)\square\mathbf{N}_{\text{п}_i}(t)\exp(j\omega_0 t), \qquad (5)$$

де $\mathbf{F}(\theta_i)=[F_1(\theta_i),F_2(\theta_i),...,F_M(\theta_i)]^T$ – вектор-стовпець значень ДН елементів ААР у кутовому напрямку джерела θ_i i-го джерела перешкоди, $i=\overline{1,N}$; $\mathbf{N}_{\nu_i}(\theta_i)=[\dot{N}_{\nu_{i1}},\dot{N}_{\nu_{i2}},....,\dot{N}_{\nu_{iM}}]^T$ – вектор-стовпець фазових зсувів несучого коливання i-ої перешкоди між першим і r-им елементами ААР (керуючий вектор ААР у напрямку θ_i),

де $\dot{N}_{\nu_r}=\exp(-j2\pi d(r-1)\sin\theta_i/\lambda_i)$, $\lambda_i=c/f_i$, $r=\overline{1,M}$;

$\mathbf{N}_{\text{п}_i}(t)=[\dot{N}_{i_1}(t),\dot{N}_{i_2}(t),...,\dot{N}_{i_M}(t)]^T$ – вектор-стовпець комплексних амплітуд i-го джерела перешкод у трактах ААР на вході вагового пристрою, нерівність яких обумовлена неідентичністю каналів ААР, де

$$\dot{N}_{i_k}(t)=\int_0^t\dot{N}_i(t)\dot{K}_k(t-\tau)d\tau,\quad k=\overline{1,M}\ , \qquad (6)$$

де $\dot{N}_i(t)$ – комплексна амплітуда i-го джерела перешкод на вході елемента ААР.

Вектор-стовпець власних шумів каналів ААР

$$\mathbf{n}_0(t) = \left[\dot{N}_{0_1}(t), \dot{N}_{0_2}(t), \ldots, \dot{N}_{0_M}(t)\right]^T \exp(j\omega_0 t), \tag{7}$$

де $\dot{N}_i(t) = \dot{N}_{\text{прд}\,i}(t)\dot{\alpha}_{N_i}(t)$ – комплексна амплітуда власних шумів k-го каналу ААР, причому $\dot{N}_{\text{прд}\,i}(t)$ – комплексна амплітуда перешкоди на виході i-го передавача перешкод, $\dot{\alpha}_{N_i}(t)$ – коефіцієнт передачі між i-им передавачем перешкод і базовою станцією.

Тоді вираз (1) можна представити як

$$\mathbf{x}(t) = \left[\mathbf{F}(\theta_S) \square \mathbf{S}_\alpha(\theta_S) \square \mathbf{S}_S(t) + \left(\sum_{i=1}^{M} \mathbf{F}(\theta_i) \square \mathbf{N}_{\nu_i}(\theta_i) \square \mathbf{N}_{\text{п}_i}(t)\right) + \mathbf{N}_0(t)\right] \exp(j\omega_0 t). \tag{8}$$

У свою чергу, оптимальне значення вектора вагових коефіцієнтів (ВВК) згідно рівняння Вінера-Хопфа для критерію мінімуму середньоквадратичної помилки (МСКП) [4] має вигляд

$$\mathbf{w}_{\text{opt}} = \mathbf{R}_{\text{XX}}^{-1}\mathbf{R}_{\text{Xd}}, \tag{9}$$

$\mathbf{R}_{\text{XX}} = \overline{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)}$ – кореляційна матриця вхідних сигналів, $\mathbf{R}_{\text{Xd}} = \overline{\mathbf{x}(t)\dot{d}^*(t)}$ – взаємокореляційна матриця вектору вхідного сигналу ААР та опорного сигналу $\dot{d}(t)$. Кореляційна матриця $\mathbf{R}_{\text{XX}}$ за умов взаємної некорельованості корисного сигналу, зовнішніх перешкод та власних шумів каналів ААР дорівнюватиме

$$\mathbf{R}_{\text{XX}} = \mathbf{R}_{\text{SS}} + \mathbf{R}_{\text{NN}}, \tag{10}$$

де $\mathbf{R}_{\text{SS}} = \overline{\mathbf{s}(t)\mathbf{s}^H(t)} = E\{(\mathbf{F}(\theta_S) \square \mathbf{S}_\alpha(\theta_S) \square \mathbf{S}_S(t))(\mathbf{F}(\theta_S) \square \mathbf{S}_\alpha(\theta_S) \square \mathbf{S}_S(t))^H\}$ – кореляційна матриця корисного сигналу,

$\mathbf{R}_{\text{NN}} = \overline{\left(\sum_{i=1}^{M}\mathbf{n}_i(t) + \mathbf{n}_0(t)\right)\left(\sum_{i=1}^{M}\mathbf{n}_i(t) + \mathbf{n}_0(t)\right)^H} = \sum_{\text{i}=1}^{N}\mathbf{R}_{\text{NN}_\text{i}} + \mathbf{R}_0$ – кореляційна матриця зовнішніх перешкод та власних шумів ААР, причому кореляційна матриця i-ої зовнішньої перешкоди

$$\mathbf{R}_{\text{NN}_i} = \overline{\mathbf{n}_i(t)\mathbf{n}_i^H(t)} = E\{(\mathbf{F}(\theta_i) \square \quad \square \mathbf{N}_{\text{п}_i}(t))(\mathbf{F}(\theta_i) \square \mathbf{N}_{\nu_i}(\theta_i) \square \mathbf{N}_{\text{п}_i}(t))^{\text{H}}\}, \tag{11}$$

а власних шумів АР

$$\mathbf{R}_0 = E\left\{\mathbf{n}_0(t)\mathbf{n}_0^H(t)\right\}, \tag{12}$$

де H – знак ермітова спряження.

У свою чергу можна записати, що

$$(\mathbf{F}(\theta_S) \square \mathbf{S}_\alpha(\theta_S) \square \mathbf{S}_S(t))^{\text{H}} = \mathbf{F}^H(\theta_S) \blacksquare \mathbf{S}_\alpha^H(\theta_S) \blacksquare \mathbf{S}_S^H(t), \tag{13}$$

де "■" – знак транспонованого торцевого добутку [1-3].

Далі, використовуючи властивість торцевого добутку

$$(\mathbf{A} \square \mathbf{B})(\mathbf{C} \blacksquare \mathbf{D}) = (\mathbf{AC}) \circ (\mathbf{BD}), \tag{14}$$

де "○" – значок матричного добутку Адамара [1-3], отримаємо, що

$$\mathbf{R}_{\text{SS}} = \mathbf{R}_{FF_S} \circ \mathbf{R}_{\alpha} \circ \mathbf{R}_{tt_S}, \tag{15}$$

$$\mathbf{R}_{\text{NN}_i} = \mathbf{R}_{FF_i} \circ \mathbf{R}_{\nu_i} \circ \mathbf{R}_{tt_i}, \tag{16}$$

де $\mathbf{R}_{FF_S} = \mathbf{F}(\theta_S)\mathbf{F}^T(\theta_S), \mathbf{R}_{FF_i} = \mathbf{F}(\theta_i)\mathbf{F}^T(\theta_i)$ – кореляційна матриця невипадкових значень ДН різних елементів ААР у кутових напрямках корисного сигналу та i-го джерела перешкоди; $\mathbf{R}_{\alpha\alpha} = \mathbf{S}_\alpha(\theta_S)\mathbf{S}_\alpha^H(\theta_S)$, $\mathbf{R}_{\nu_i\nu} = \mathbf{N}_{\nu_i}(\theta_i)\mathbf{N}_{\nu_i}^H(\theta_i)$ – кореляційні матриці невипадкових просторових структур (тобто передбачається, що на часовому інтервалі спостереження, по-перше, не змінюється напрямок приходу радіохвилі, а по-друге, відсутні амплітудно-фазові флуктуації поля на розкриві ААР) корисного сигналу та перешкоди, що приймається від i-го джерела перешкоди; $\mathbf{R}_{tt_S} = E\left\{\mathbf{S}_S(t)\mathbf{S}_S^H(t)\right\}$, $\mathbf{R}_{tt_i} = E\left\{\mathbf{N}_{\text{п}_i}(t)\mathbf{N}_{\text{п}_i}^H(t)\right\}$ – кореляційні матриці часових випадкових комплексних амплітуд корисного сигналу та перешкоди від i-го джерела перешкод.

Тоді відповідно до (10) остаточно можна записати, що

$$\mathbf{R}_{\text{XX}} = \left(\mathbf{R}_{FF_S} \circ \mathbf{R}_{\alpha} \circ \mathbf{R}_{tt_S}\right) + \sum_{i=1}^{N}\left(\mathbf{R}_{FF_i} \circ \mathbf{R}_{\nu_i} \circ \mathbf{R}_{tt_i}\right) + \mathbf{R}_0 . \tag{17}$$

В свою чергу матриця $\mathbf{R}_{\text{Xd}}$ з урахуванням (2) та за умови некорельованості опорного сигналу із сигналами зовнішньої перешкоди та власних шумів може бути подана у вигляді

$$\mathbf{R}_{\text{Xd}} = \overline{\mathbf{s}(t)\dot{d}^*(t)} = \mathbf{F}(\theta_S) \square \mathbf{S}_{\alpha}(\theta_S) \square \overline{\mathbf{S}_S(t)\dot{d}^*(t)} . \tag{18}$$

У свою чергу, матриця може бути представлена як

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} \overline{\dot{N}_{0_1}(t)\dot{N}_{0_1}^*(t)} & \overline{\dot{N}_{0_1}(t)\dot{N}_{0_2}^*(t)} & \cdots & \overline{\dot{N}_{0_1}(t)\dot{N}_{0_M}^*(t)} \\ \overline{\dot{N}_{0_2}(t)\dot{N}_{0_1}^*(t)} & \overline{\dot{N}_{0_2}(t)\dot{N}_{0_2}^*(t)} & \cdots & \overline{\dot{N}_{0_2}(t)\dot{N}_{0_M}^*(t)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \overline{\dot{N}_{0_M}(t)\dot{N}_{0_1}^*(t)} & \overline{\dot{N}_{0_M}(t)\dot{N}_{0_2}^*(t)} & \cdots & \overline{\dot{N}_{0_M}(t)\dot{N}_{0_M}^*(t)} \end{bmatrix}. \tag{19}$$

У більшості відомих джерел власні шуми приймальних каналів ААР вважаються гаусівськими [4,6,7,8], при чому некорельованими між різними каналами ААР, тобто

$$\overline{\dot{N}_{0_i}(t)\dot{N}_{0_k}^*(t)} = 0 \text{, если } i \neq k ,$$

інакше $\overline{\dot{N}_{0_i}(t)\dot{N}_{0_i}^*(t)} = \sigma_{0_i}^2$, $i = \overline{1,N}$, де $\sigma_{0_i}^2$ – середня потужність власних шумів в i-му каналі ААР. Тоді (19) можна представити у вигляді

$$\mathbf{R}_0 = \begin{bmatrix} \sigma_{0_1}^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_{0_2}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_{0_M}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{0_i}^2 \\ \sigma_{0_2}^2 \\ \vdots \\ \sigma_{0_M}^2 \end{bmatrix} \square \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} = \boldsymbol{\sigma} \square \mathbf{I} , \tag{20}$$

де $\boldsymbol{\sigma} = \left[\sigma_{0_1}^2 \quad \sigma_{0_2}^2 \quad \ldots \quad \sigma_{0_K}^2\right]^T$ – вектор-стовпець середніх потужностей власних шумів приймального тракту; $\mathbf{I}$ – одинична матриця.

У свою чергу, матриця $\mathbf{R}_{tt_i}$ може бути представлена в наступному вигляді

$$\mathbf{R}_{tt_i} = \begin{bmatrix} \overline{\dot{N}_{i_1}(t)\dot{N}_{i_1}^*(t)} & \overline{\dot{N}_{i_1}(t)\dot{N}_{i_2}^*(t)} & \cdots & \overline{\dot{N}_{i_1}(t)\dot{N}_{i_M}^*(t)} \\ \overline{\dot{N}_{i_2}(t)\dot{N}_{i_1}^*(t)} & \overline{\dot{N}_{i_2}(t)\dot{N}_{i_2}^*(t)} & \cdots & \overline{\dot{N}_{i_2}(t)\dot{N}_{i_M}^*(t)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \overline{\dot{N}_{i_M}(t)\dot{N}_{i_1}^*(t)} & \overline{\dot{N}_{i_M}(t)\dot{N}_{i_2}^*(t)} & \cdots & \overline{\dot{N}_{i_M}(t)\dot{N}_{i_M}^*(t)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{i_{11}}^2 & \sigma_{i_{12}}^2 & \cdots & \sigma_{i_{1M}}^2 \\ \sigma_{i_{21}}^2 & \sigma_{i_{22}}^2 & \cdots & \sigma_{i_{2M}}^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sigma_{i_{M1}}^2 & \sigma_{i_{M2}}^2 & \cdots & \sigma_{i_{MM}}^2 \end{bmatrix} = \sigma \square \mathbf{H}_i , \tag{21}$$

де $\sigma_{i_{mn}}^2 = \overline{\dot{N}_{i_m}(t)\dot{N}_{i_n}^*(t)}$, $m,n = \overline{1,M}$ – коефіцієнт кореляції між сигналами i-го джерела перешкод в m-му і n-му трактах ААР; $\mathbf{H}_i$ – матриця, кожен з елементів якої нормований по відношенню до потужності власних шумів відповідного каналу ААР

$$\mathbf{H}_i = \begin{bmatrix} h_{i_{11}}^{(01)} & h_{i_{12}}^{(01)} & \cdots & h_{i_{1M}}^{(01)} \\ h_{i_{21}}^{(02)} & h_{i_{22}}^{(02)} & \cdots & h_{i_{2M}}^{(02)} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ h_{i_{M1}}^{(0M)} & h_{i_{M2}}^{(0M)} & \cdots & h_{i_{MM}}^{(0M)} \end{bmatrix}, \tag{22}$$

де $h_{i_{mn}}^{(0k)}=\sigma_{i_{mn}}^2 / \sigma_{0_k}^2$, $k=\overline{1,M}$.

Тоді вираз (16) може бути представлено як

$$\mathbf{R}_{XX}= \left(\mathbf{R}_{FF_S}\circ\mathbf{R}_{\alpha\alpha}\circ\mathbf{R}_{tt_S}\right)+\sum_{i=1}^{N}((\mathbf{R}_{FF_i}\circ\mathbf{R}_{vv_i})\circ(\boldsymbol{\sigma}\square\mathbf{H}_i))+\boldsymbol{\sigma}\square\mathbf{I}\,. \tag{23}$$

З урахуванням властивостей торцевого добутку [1-3] (22) запишеться як

$$\mathbf{R}_{XX}=\left(\mathbf{R}_{FF_S}\circ\mathbf{R}_{\alpha\alpha}\circ\mathbf{R}_{tt_S}\right)+[\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{R}_{FF_i}\circ\mathbf{R}_{vv_i}\circ\mathbf{H}_i)+\mathbf{I}\,]\square\,\boldsymbol{\sigma}, \tag{23}$$

а оптимальне вінерівське рішення матиме вигляд

$$\mathbf{w}_{opt}=\left(\left(\mathbf{R}_{FF_S}\circ\mathbf{R}_{\alpha\alpha}\circ\mathbf{R}_{tt_S}\right)+[\sum_{i=1}^{N}(\mathbf{R}_{FF_i}\circ\mathbf{R}_{vv_i}\circ\mathbf{H}_i)+\mathbf{I}\,]\square\,\boldsymbol{\sigma}\right)^{-1}\left(\mathbf{F}(\theta_S)\square\mathbf{S}_{\alpha}(\theta_S)\square\overline{\mathbf{S}_S(t)\dot{d}^*(t)}\right) \tag{24}$$

У окремому випадку, який найчастіше розглядається в більшості відомих літературних джерел з обробки сигналів за допомогою ААР [4,6,7,8], передбачається: по-перше, що елементи ААР є ізотропними, тобто їх ДН $F_k(\theta)=1$, $k=\overline{1,M}$, по-друге, що тракти ААР мають однакові АЧХ, ФЧХ та статистичні характеристики власних шумів, внаслідок чого вирази для комплексних обвідних сигналу, перешкоди й шумів можна записати як $\dot{S}_1(t)=\dot{S}_2(t)=....=\dot{S}_K(t)=\dot{S}(t)$; $\dot{N}_{i_1}(t)=\dot{N}_{i_2}(t)=...=\dot{N}_{i_K}(t)=\dot{N}_i(t)$.

Тоді з виразу (20) отримаємо, що

$$\mathbf{R}_0=\sigma_0^2\mathbf{I}, \tag{25}$$

оскільки $\sigma_{0_1}^2=\sigma_{0_2}^2=...=\sigma_{0_K}^2=\sigma_0^2$;

$$\mathbf{R}_{tt_S}=P_S\mathbf{E},\ \mathbf{R}_{tt_i}=\sigma_i^2\mathbf{E}, \tag{26}$$

$$\mathbf{R}_{FF_S}=\mathbf{R}_{FF_i}=\mathbf{E}, \tag{27}$$

де $P_S=\overline{S^2(t)}$ – середня потужність корисного сигналу; $\sigma_i^2=\overline{N_i^2(t)}$ – дисперсія (середня потужність) сигналу *i*-го джерела перешкод у каналі ААР; **E** – квадратна матриця [MxM], всі елементи якої дорівнюють 1.

Тоді кореляційна матриця вхідного сигналу ААР

$$\mathbf{R}_{XX}=P_S\mathbf{R}_{\alpha\alpha}+\left(\sum_{i=1}^{N}h_i\mathbf{R}_{vv_i}+\mathbf{I}\right)\sigma_0^2, \tag{28}$$

де $h_i=\sigma_i^2/\sigma_0^2$ – відношення перешкода/шум у каналі ААР для сигналу *i*-го джерела перешкоди, а матриця $\mathbf{R}_{Xd}$ за умови, що опорний сигнал $d(t)$ є точною копією корисного сигналу, тобто $\dot{d}(t)=\dot{S}(t)$

$$\mathbf{R}_{Xd}=P_S\mathbf{S}_{\alpha}. \tag{29}$$

В результаті обернення матриці $\mathbf{R}_{XX}$ та використання леми про обернення матриці [4, 7] отримаємо

$$\mathbf{R}_{XX}^{-1}=\mathbf{R}_{NN}^{-1}\left(\mathbf{I}-\frac{P_S\mathbf{S}_{\alpha}\mathbf{S}_{\alpha}^{H}\mathbf{R}_{NN}^{-1}}{1+P_S\mathbf{S}_{\alpha}^{H}\mathbf{R}_{NN}^{-1}\mathbf{S}_{\alpha}}\right). \tag{30}$$

Тоді оптимальне рішення відповідно до (24) матиме вигляд

$$\mathrm{w}_{opt}=\mu\mathbf{R}_{XX}^{-1}\mathbf{S}_{\alpha}, \tag{31}$$

де $\mu=P_S/(1+q^2)$ – дійсна константа, $q^2=P_S\mathbf{S}_{\alpha}^{H}\mathbf{R}_{NN}^{-1}\mathbf{S}_{\alpha}$ – константа, що чисельно дорівнює відношенню сигнал/ (перешкода+шум) (ВСПШ) на виході АР.

Отримане оптимальне рішення ВВК (31) співпадає з оптимальними рішеннями ВВК ААР, що отримані для критеріїв МСКП, максимуму ВСПШ та мінімуму дисперсії шуму в відомій літературі [4,6,8], причому вплив корисного сигналу на кореляційну матрицю вхідних сигналів теоретично зводиться до масштабування цієї матриці за допомогою скалярного множника μ, хоча на практиці намагаються завжди позбутися компонентів корисного сигналу із вхідних реалізацій ААР при оцінці матриці $\mathbf{R}_{XX}$ [8].

Таким чином, зворотний перехід від математичної моделі ВВК на основі торцевого добутку для ААР з неідентичними каналами до відомих математичних моделей ВВК ААР з ідентичними каналами [4,6,7,8] показує, що модель на основі торцевого добутку є узагальненою і підходить для опису сигналів та ВВК ААР як з ідентичними, так і неідентичними каналами.

Висновки. Вище була показана можливість застосування апарату торцевих добутків для компактного запису вхідних сигналів та оптимального ВВК для ААР з неідентичними каналами, що є головною перевагою даного математичного апарату у порівнянні з відомими [4,6,7,8]. Крім того, даний математичний апарат завжди дозволяє розділяти просторову і часову структури зовнішніх сигналів і перешкод один від одного в ААР з неідентичними каналами, що зручно при аналізі проходження сигналів через елементи тракту ААР.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Слюсар В.И. Торцевые произведения матриц в радиолокационных приложениях / В.И. Слюсар // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 1998. – №3. – С.71-75.

2. V.I. Slyusar. A family of face products of matrices and its properties // Cybernetics and System Analisys, Vol. 35, №3, 1999. – P.379-384.

3. Слюсар В.И. Обобщенные торцевые произведения матриц в моделях цифровых антенных решеток с неидентичными каналами / В.И. Слюсар // Известия ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2003. – №10. – С.15-26.

4. Ширман Я.Д. Теория обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М.: Радио и связь, 1981. – 416с., ил.

5. Радиоэлектронные системы: основы построения и теория. Справочник / [Ширман Я.Д., Лосев Ю.И., Минервин Н.Н. и др.] ; под ред. Я.Д. Ширмана. – М.: ЗАО «Маквис», 1998. – 828с.

6. Монзинго Р.А. Адаптивные антенные решетки: Введение в теорию/ Монзинго Р.А., Миллер Т.У.; пер. с англ. – М.: Радио и связь, 1986. – 448 с., ил.

5. Ширман Я.Д. Теория обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М.: Радио и связь, 1981. – 416с., ил.

7. Обработка сигналов в радиотехнических системах: [учебное пособие] / [Далматов А.Д., Елисеев А.А., Лукошкин А.П.и др.]; под ред., А.П. Лукошкина. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1987. – 400 с.

8. Адаптивная компенсация в каналах связи. / Ю.И. Лосев, А.Г. Бердников, Э.Ш. Гойхман, Б.Д. Сизов: под ред. Ю.И. Лосева. – М.: Радио и связь, 1988. – 208 с.: ил.

Рецензент: д.т.н., проф. Жердєв М.К.